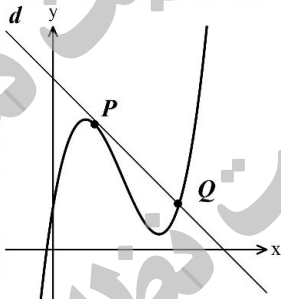
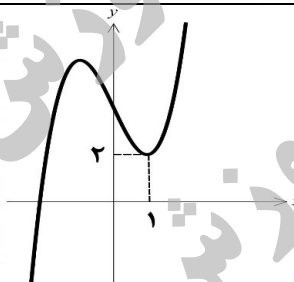


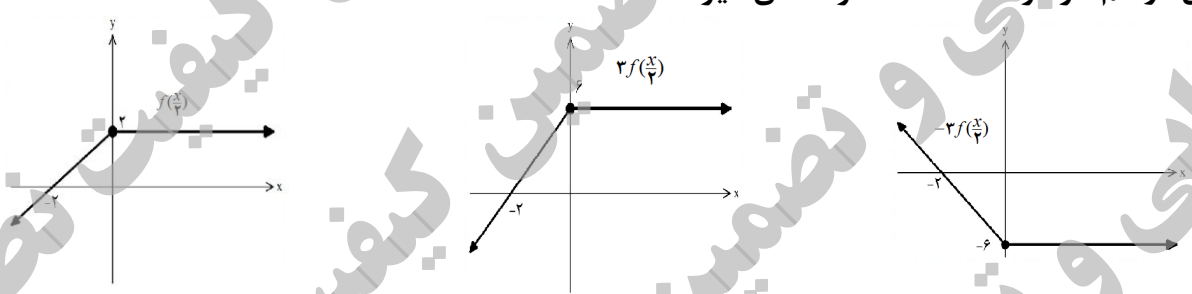
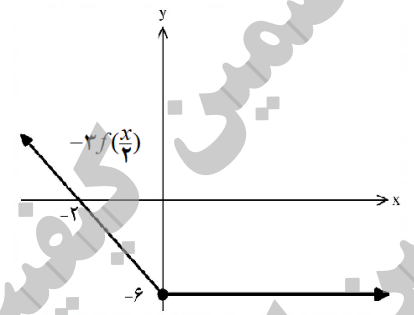
سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)		
	نمره		

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ برابر است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است.	۰/۷۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.	۱
۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع f را بررسی کنید.	۱
۵	اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود x را به دست آورید.	۰/۵
۶	اگر چند جمله ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را بیابید.	۱
۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر a, b, c را بیابید.	۱/۲۵
۸	معادله $\cos x (2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.	۱/۲۵
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی فیزیک		تعداد صفحه: ۲		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)					
نمره							
۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید.						
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} \quad \text{الف)}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} \quad \text{ب)}$						
۱۰	الف) مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.						
۱۱	مطابق شکل روبه رو خط d در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطه $Q(2a+1,a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار a را بیابید.						
۱							
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2-4x+4}$ را در نقطه $x=2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.						
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-5x}{x-3}$ ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$						
۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x=a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده a را بیابید.						
۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر a و b را بیابید.						
۱							
۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.						
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.						
۲۰	جمع نمره						
		صفحه ۲ از ۲					

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (صفحه ۳۲) ب) $-1 - (0/25)$ (صفحه ۱۰۱)	۰/۷۵
۳	روش اول: رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.  روش دوم: (انتقال نقاط)  $\underbrace{(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)}_{0/25}$ $\underbrace{(0, 2) \rightarrow (0, -6)}_{0/25}$ (اگر دانش آموز از هر روشی تنها شکل نهایی را درست ترسیم کرد، نمره کامل این بخش یعنی (۰/۷۵) نمره تعلق بگیرد.) ب) $g(5) = -6$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰)	۱
۴	به رسم نمودار (انتقال افقی) (۰/۲۵)، انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه‌یابی (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. (اگر دانش آموز، نمودار نهایی را با هر روشی، به درستی ترسیم نمود، (۰/۷۵) نمره تعلق گیرد) $f(x)$ اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)	۱
۵	(صفحه ۲۲) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow \underbrace{x+1 \geq 2x-3}_{0/25} \Rightarrow x \leq 4$	۰/۵
صفحه ۱ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	روش اول: $\underbrace{x-a=0}_{\cdot/25} \Rightarrow x=a$ $\underbrace{a^2+a-2=0}_{\cdot/25} \Rightarrow a=1 \quad \text{یا} \quad \underbrace{a=-2}_{\cdot/25}$ روش دوم: با تقسیم چندجمله‌ای x^2+a-2 بر $x-a$ داریم: $x^2+a-2=(x-a)(x+a)+a^2+a-2 \quad (\cdot/25)$ با توجه به اینکه باقی مانده صفر است، بنابراین: $\underbrace{a^2+a-2=0}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \quad (\cdot/25) \\ a=-2 \quad (\cdot/25) \end{cases} \quad (\text{صفحه ۱۹})$	۱
۷	$T=4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b }=4\pi \Rightarrow b =\frac{1}{2} \quad (\cdot/25)$ $f(\pi)=-1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi)+c=-1}_{\cdot/25} \xrightarrow{ b =\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (\cdot/25)$ روش اول محاسبه a) $\max = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/25) \xrightarrow{a>0} a = 3 \quad (\cdot/25)$ روش دوم محاسبه a) $f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/5)$ (صفحه ۲۸) (به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد)	۱/۲۵
۸	(غ، ق، ق) $\cos x = 4 \quad (\cdot/25)$ $\cos x (2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \quad (\cdot/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}$ (صفحه ۴۱) $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + (\frac{2\pi}{3}) \quad (\cdot/25), x = 2k\pi - (\frac{2\pi}{3}) \quad (\cdot/25)$	۱/۲۵
۹	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\underbrace{x^5}_{\cdot/25}-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (\cdot/25)$ (صفحه ۶۶) ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\cdot/25} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (\cdot/25)$ (صفحه ۵۴)	۱/۲۵
صفحه ۲ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

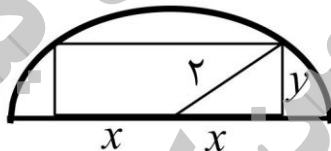
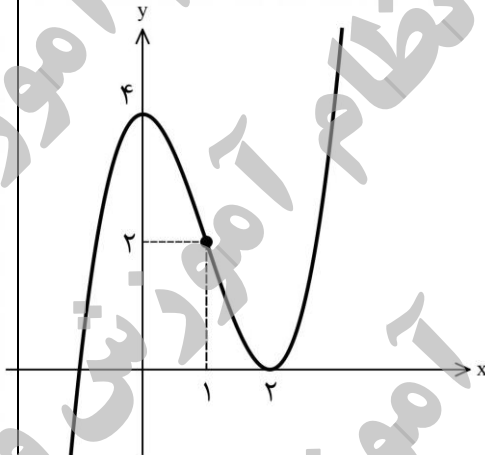
۱۰	الف) خط $x=1$ مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ پس خط $y=0$ مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹) ب) (۰/۵) (صفحه ۵۷) 	۱/۷۵
۱۱	خط d در نقطه $P(1,3)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط d برابر ۱- است. (۰/۲۵) روش اول: معادله خط d بصورت زیر است: $y-3 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+4 \xrightarrow{Q(2a+1,a) \in d} a = -2a-1+4 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a-3}{2a+1-1} = -1 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۸۳)	۱
۱۲	روش اول: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4x+4}-0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x=2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (روش دوم در صفحه بعد)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

روش دوم:	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{x-2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2+h)^2 - 4(2+h)} + 4 - 0}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ h }{h} = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = -1 & (0/25) \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1 & (0/25) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x=2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)	
۱۳	$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 5\right)(x-3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x-3)^2}$ الف) $g'(x) = \underbrace{(3(-\sin x) \cos^3 x)(\tan x)}_{0/5} + \underbrace{(\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)}_{0/5}$ ب) (در صورتی که دانش آموز عبارت را ساده کرده و سپس مشتق بگیرد، نمره کامل به او تعلق گیرد) (صفحه ۱۰۱)	
۱۴	$\frac{f(3) - f(0)}{3-0} = \frac{-2-1}{3} = -1 \quad (0/25)$ آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 3]$: آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = x^2 - 4$ است. (۰/۲۵) $f'(a) < -1 \Rightarrow \underbrace{a^2 - 4}_{0/25} < -1 \Rightarrow \underbrace{a^2 < 3}_{0/25} \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$ (صفحه ۱۱۰)	
۱۵	$f'(1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \rightarrow 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (0/5)$ $f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a=-3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4 \quad (0/5)$ (صفحه ۱۲۶)	
صفحه ۴ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	با توجه به شکل $y^2 + x^2 = 4$، پس $y = \sqrt{4 - x^2}$ در نتیجه:  $S = 2xy \xrightarrow{y = \sqrt{4 - x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4 - x^2}}(2x)$ $\xrightarrow{S'(x)=0} \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \underbrace{2x = 2\sqrt{2}}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{y = \sqrt{2}}_{0/25}$ (صفحه ۱۲۶)	۱/۵																
۱۷	$f'(x) = (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=2 \quad (0/5)$ $f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x=1 \quad (0/25)$  <table border="1" data-bbox="930 1216 1434 1433"> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> </table> (0/75) (صفحه ۱۳۹) اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پرانتزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.		0	1	2	f'	+	-	+	f''	-	-	+	f	4	2	0	۲
	0	1	2															
f'	+	-	+															
f''	-	-	+															
f	4	2	0															
صفحه ۵ از ۵	جمع نمره	۲۰																