

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس ریاضی ۳ تجربی - فصل ۲ - مثلثات (بخش معادله مثلثاتی)

گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه ۳۴۰ منطقه یک کنکور تجربی ۱۴۰۴

الف) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(۱) فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ است. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

(۲) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

ب) در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

(۱) تعداد جواب های معادله $\sin x = \frac{1}{3}$ در بازه $(0, \pi)$ برابر است. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

(۲) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. (۰.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

(۳) اگر α یک زاویه حاده و $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ ، حاصل $\cos 2\alpha$ برابر است. (۰.۲۵)

ج) سوالات تشریحی

(۱) معادله مثلثاتی $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید و جواب کلی آن را بنویسید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)



۲) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$ را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۳) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$ را حل کنید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۴) جواب معادله $\cos 2x = \frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ بدست آورید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۵) جواب های معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin 4x = 1$ را به دست آورید. کدام جواب ها در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ هستند؟ (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

۶) معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید. (۱.۲۵)

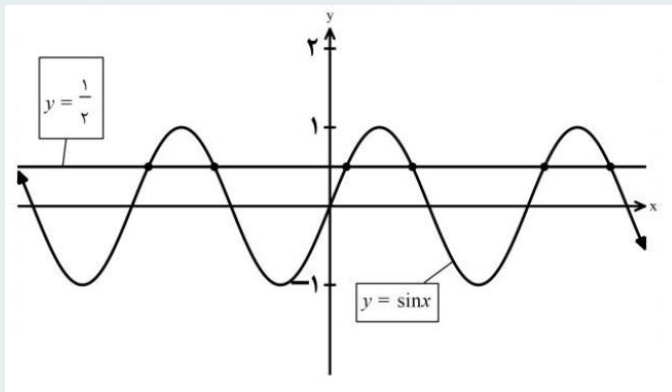
(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۷) جواب(های) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید. (۰.۷۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)



۸ نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است.



طول نقاط برخورد آنها را بیابید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۹ معادله مثلثاتی $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$ را حل کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۱۰ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۱۱ معادله مثلثاتی $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۱۲ حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cdot \cos 2x$ را به ازای $x = 0,75$ محاسبه کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۱۳ معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)



۱۴) معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۱۵) معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۱۶) معادله مثلثاتی $\cos(2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)



پاسخنامه

الف) درست، نادرست

(۱) غ (۲) ص هر مورد (۰.۲۵)

ب) جاخالی

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{17}{25}$ هر مورد (۰.۲۵)

ج) سوالات تشریحی

(۱)

روش اول:

$$2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0.25) \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (0.25) \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \quad (0.25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (0.25) \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (0.25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

روش دوم:

$$\frac{1}{2} \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (0,25) \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \quad (0,25) \\ 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (0,25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (0,25) \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (0,25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

توجه: اگر دسته دوم جواب در هر دو روش به صورت $x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$ نوشته شده باشد، نمره تعلق گیرد.



(۲)

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0 \quad (0,25)$$

$$\begin{cases} \cos x = 2 & \text{غ ق ق} \quad (0,25) \\ \cos x = \frac{-1}{2} \quad (0,25) = \cos \frac{2\pi}{3} \quad (0,25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (0,25) \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \quad (0,25) \end{cases}$$

(۳)

$$\begin{cases} \cos x = \frac{-1}{2} \quad (0,25) = \cos \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (0,25) \\ \cos x = 7 \quad \text{غ ق ق} \quad (0,25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (0,25) \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \quad (0,25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(۴)

روش اول:

$$\cos(2x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \left(x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}\right) \quad (0,5)$$

$$\xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0,5)$$

روش دوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(0, \pi)} 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (1,25)$$

روش سوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \sin^2 x = \frac{1}{2} \quad (0,25) \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \quad (0,5)$$

$$\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0,5)$$

روش چهارم: چ

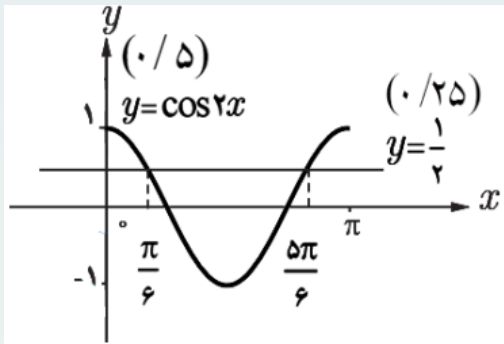


$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = \frac{1}{2} (0,25) \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} (0,5)$$

$$\xrightarrow{(0,\pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} (0,5)$$

روش پنجم:

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(0,\pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} (0,5)$$



(5)

$$\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24} (0,5)$$

$$4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} (0,5) \quad x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24} (0,5)$$

(6)

$$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} (0,25)$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} k \in \mathbb{Z} (0,5) \quad \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} k \in \mathbb{Z} (0,5)$$

(7)

$$\cos 2x = \cos x (0,25) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x (0,25) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2k}{3} (0,25)$$



(۸)

$$\sin x = \frac{1}{2} (0,25) \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} (0,25) \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (0,25) \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (0,25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(۹)

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0 (0,25) \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0 (0,25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} (0,25) \\ \sin x = 1 (0,25) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (0,25) \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(۱۰)

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x (0,25) \\ 2x = 2k\pi + \pi - x (0,25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi (0,25) \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} (0,25) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(۱۱)

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 (0,25) \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 (0,25) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} (0,25) \\ \sin x = \frac{1}{2} (0,25) \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (0,25) \\ 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} (0,25) \end{cases} \end{cases}$$

(۱۲)

$$2 \sin 2x \cos 2x (0,25) = \sin(4x) (0,25) = \sin 4(7,5^\circ) (0,25) = \frac{1}{2} (0,25)$$



(۱۳)

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} (0,25) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} (0,25) \\ (0,25) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} (0,25) \end{cases}$$

(۱۴)

$$2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} (0,25) \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} (0,5) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} (0,25) \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (0,25) \end{cases}$$

(۱۵)

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} (0,25) \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 (0,25) \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} (0,25)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} (0,5)$$

$$\sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق } (0,25)$$

(۱۶)

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 (0,25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} (0,25) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} (0,25) \\ \cos x = 5 \text{ غ ق ق } (0,25) \end{cases}$$

