

## سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

### درس ریاضی ۳ تجربی - فصل ۷ - آمار و احتمال

#### گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه ۳۴۰ منطقه یک کنکور تجربی ۱۴۰۴

الف) درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) دو پیشامد  $A$  و  $B$  از هم مستقل هستند، هرگاه  $A \cap B = \emptyset$ . (نادرست)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

ب) جاهای خالی زیر را با عبارت های مناسب پر کنید. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  با هم رخ ندهند، آنگاه دو پیشامد ..... هستند. (ناسازگار)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

(۲) دو پیشامد را ..... می نامیم هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تاثیری نداشته

باشد. (مستقل)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

(۳) هرگاه دو پیشامد  $A$  و  $B$  داشته باشیم  $p(A \cap B) = p(A) \cdot P(B)$  آنگاه دو پیشامد  $A$  و  $B$ ،

..... هستند. (مستقل)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

(۴) اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی اول و  $B$  مجموعه اعداد طبیعی مرکب و  $C = \dots\dots\dots$  باشند، آنگاه  $A$ ،

$B$  و  $C$  یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است. (۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)



ج) سوالات تشریحی.

۱) در یک جعبه ۳ میکروسکوپ از نوع A و ۲ تا از نوع B وجود دارد. احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A،  $\frac{1}{2}$  و برای نوع B،  $\frac{1}{4}$  است. به تصادف یک میکروسکوپ از جعبه بیرون می آوریم. با چه احتمالی عمر این میکروسکوپ بیش از ۱۰ سال است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۴)

۲) مدرسه A چهار برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۲۰ درصد دانش آموزان مدرسه B معدل بالای ۱۸ دارند. اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم؛

الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ (۰.۵ نمره)

ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدل بالا ۱۸ دارد؟ (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۴)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۳) دو جعبه یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۴) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۶ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۷ مهره زرد است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب میکنیم و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره زرد است؟



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

---

۵) یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر «پشت» بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر «رو» بیاید ۲ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

---

۶) سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

---

۷) فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

---

۸) دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آنها معیوب است. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر سالم باشد؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

---



۹) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۱۰) چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تا آنها قرمز است. در ظرف دوم مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تا آنها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۱۱) دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۱۲) ۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد شامل ۴ مهره‌ی قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)



---

۱۳) اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰.۸ و نوزاد دختر ۰.۳ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

---

۱۴) سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره‌ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

---

۱۵) اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر ۰.۷ و نوزاد دختر ۰.۴ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

---



## پاسخنامه

الف) درست نادرست. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) نادرست.

ب) جا خالی. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) ناسازگار

(۲) مستقل

(۳) مستقل

(۴) ۱

ج) سوالات تشریحی.

(۱) روش اول:

$$p(E) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} (0.5) + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} (0.5) = \frac{4}{10} = 0.4 (0.25)$$

منظور از پیشامد E، انتخاب یک میکروسکوپ با طول عمر بیش از ۱۰ سال است.

توجه ۱: اگر دانش آموز فقط فرمول قانون احتمال کل را به صورت زیر بنویسد، آنگاه ۰.۲۵ نمره تعلق گیرد.

$$p(E) = p(A)p(E|A) + P(B)p(E|B)$$

توجه ۲: اگر دانش آموز فقط نمودار درختی را رسم کند، ۰.۵ نمره تعلق گیرد.

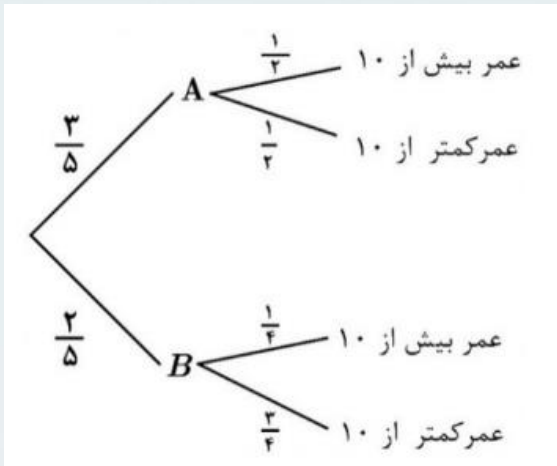
روش دوم:

$$p(E') = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} (0.25) + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} (0.25) = \frac{6}{10} = 0.6 (0.25) \rightarrow p(E) = 1 - 0.6$$

$$= 0.4 (0.5)$$



نمودار درختی:



(۲)

$$p(A) = \frac{4}{5} \quad p(B) = \frac{1}{5} \quad (\text{الف})$$

(ب) روش اول: فرمت کلی ۰.۲۵ نمره تعبق گیرد.

$$\frac{4}{5} \times \frac{35}{100} (0.25) + \frac{1}{5} \times \frac{20}{100} (0.25) = \frac{8}{25} (0.25)$$

توجه ۱: اگر دانش آموز جواب آخر اعشاری به صورت ۰.۳۲ نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.

توجه ۲: اگر دانش آموز فقط فرمول احتمال کل را نوشته باشد ۰.۲۵ نمره تعلق گیرد.

روش دوم: به روش نمودار درختی هم نمره کامل به تاسب تعلق گیرد.

(۳) روش اول:

پیشامد لامپ سالم را A و جعبه اول را B1 و جعبه دوم را B2 نام گذاری میکنیم، داریم:

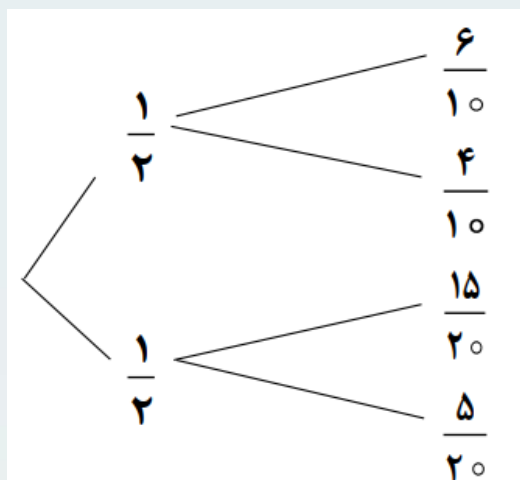
$$p(A) = p(B_1)p(A|B_1) + P(B_2)p(A|B_2)$$

$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} (0.5) + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} (0.5) = \frac{6}{20} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40} = 0.675 (0.25)$$



توجه: اگر دانش آموز فقط فرمول قانون احتمال کل را بنویسد و ادامه راه حل را ننویسد، ۰.۲۵ نمره تعلق گیرد.

روش دوم:



$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} (0.5) + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} (0.5) = \frac{6}{20} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40} = 0.675 (0.25)$$

توجه: اگر دانش آموز نمودار درختی را به طور کامل رسم کند و در ادامه راه حل را ننویسد، ۰.۷۵ نمره تعلق گیرد.

روش سوم:

$$p(A') = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} (0.25) + \frac{1}{2} \times \frac{5}{20} (0.25) = \frac{4}{20} + \frac{5}{40} = \frac{13}{40} (0.25)$$

$$p(A) = 1 - \frac{13}{40} (0.25) = \frac{27}{40} = 0.675 (0.25)$$

(۴)

$$\frac{6}{11} (0.25) \times \frac{8}{12} (0.25) + \frac{5}{11} (0.25) \times \frac{7}{12} (0.25) = \frac{82}{132} (0.25)$$

به نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

(۵)

$$p(A) = \frac{1}{2} (0.25) \times \frac{3}{8} (0.25) + \frac{1}{2} (0.25) \times \frac{2}{4} (0.25) = \frac{7}{16} (0.25)$$



توجه نمایید که فضای نمونه ای هم شانس نیست.

تذکر: اگر دانش آموزی پاسخ صحیح را به روش نمودار درختی بدست آورد به تناسب پاسخ، نمره تعلق گیرد.

(۶)

$$p = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right)(۱.۲۵) = \frac{7}{30}(۰.۲۵)$$

توجه: به روش نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد.(۱)

(۷)

$$p = (0.45 \times 0.04) + (0.55 \times 0.06)(۱.۲۵) = 0.051(۰.۲۵)$$

(۸)

$$p(A) = p(B)p(A|B) + p(C)p(A|C)(۰.۲۵) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{15} = \frac{17}{24}(۱)$$

به نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد.

(۹)

$$p(A) = p(B_1)p(A|B_1) + P(B_2)p(A|B_2)(۰.۲۵)$$

$$p(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11}(۰.۵) + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11}(۰.۵) = \frac{37}{88}(۰.۲۵)$$

به روش نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد.

(۱۰)

$$p(R) = p(A_1)p(R|A_1) + p(A_2)p(R|A_2) + p(A_3)p(R|A_3) + p(A_4)p(R|A_4)$$



(۰.۲۵)

$$P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} (۰.۲۵) + \frac{1}{4} \times 1 (۰.۲۵) + \frac{1}{4} \times \frac{4}{12} (۰.۲۵) + \frac{1}{4} \times 0 (۰.۲۵)$$
$$= \frac{29}{60} (۰.۲۵)$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

(۱۱)

$$p(A) = p(B_1)p(A|B_1) + P(B_2)p(A|B_2) (۰.۵)$$

$$p(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130} (۰.۵)$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

(۱۲)

$$p(R) = p(B_1)p(A|B_1) + p(B_2)p(A|B_2) + p(B_3)p(A|B_3) + p(B_4)p(A|B_4)$$

(۰.۲۵)

$$p(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112} (۱.۲۵)$$

در صورت حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

(۱۳)

$$p(A) = p(B_1)p(A|B_1) + P(B_2)p(A|B_2) (۰.۵)$$

$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} (۰.۵) + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} (۰.۵) = \frac{11}{200} (۰.۵)$$

(۱۴)



$$p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} (\cdot \cdot \Delta) + \frac{1}{3} \times 1 (\cdot \cdot \Delta) + \frac{1}{3} \times 0 (\cdot \cdot \Delta) = \frac{11}{24} (\cdot \cdot \Delta)$$

---

(۱۵)

$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{100} (\cdot \cdot \Delta) + \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} (\cdot \cdot \Delta) = \frac{11}{200} (\cdot \cdot \Delta)$$

---

