

## سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

### درس ریاضی ۳ تجربی - فصل ۵ - کاربرد مشتق

#### گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه ۳۴۰ منطقه یک کنکور تجربی ۱۴۰۴

الف) درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

(۲) هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

(۳) هر نقطه اکسترمم مطلق، یک اکسترمم نسبی نیز هست.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

ب) موارد زیر را با عبارت های مناسب کامل کنید.

(۱) نقطه به طول  $C$  از دامنه تابع  $f$  که در آن  $f'(c) = 0$  یا  $f'(c)$  موجود نباشد را یک نقطه ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

ج) سوالات تشریحی



۱) تابع  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی را نشان میدهد، که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ تغییر لحظه ای قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

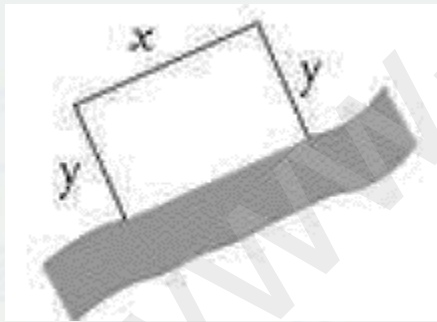
۲) تابع  $f(x) = x^3 - 12x + 4$  را در نظر بگیرید.

الف) بزرگترین بازه از که تابع  $f$  در آن نزولی اکید است را بدست بیاورید.

ب) طول نقطه ماکزیمم نسبی تابع  $f$  را مشخص کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۳) میخواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۴) تابع  $f(x) = x^3 + x - 5$  را در نظر بگیرید. (۲ نمره)

الف) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  را در بازه  $[0, 3]$  به دست بیاورید.

ب) آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f$  در چه نقطه ای از بازه  $[0, 3]$  برابر ۱۳ است؟



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۵) با رسم جدول تغییرات تابع  $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$  طول نقطه ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع را در صورت وجود بیابید. (۱.۷۵ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۶) طول مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۱۶ سانتیمتر مربع و محیط آن کمترین مقدار ممکن گردد. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۷) گنجایش ظرفی ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می شود اگر حجم مایع باقیمانده در ظرف پس از  $t$  ثانیه از رابطه  $v = 20 \left(1 - \frac{t}{50}\right)^2$  به دست آید در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 50]$  می شود؟ (۱.۲۵ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۸) با رسم جدول تغییرات تابع، طول ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید. (۱.۵ نمره)

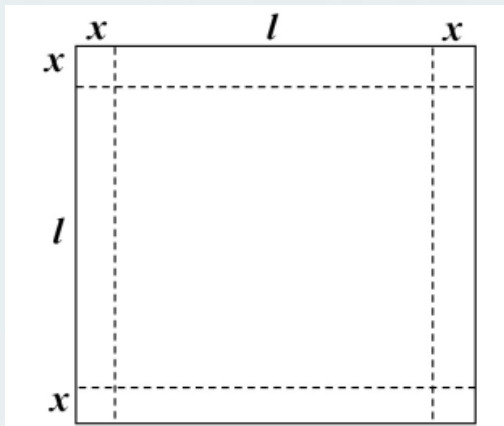
$$f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 15x + 4$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۹) ورق فلزی شکل به طول  $30\text{cm}$  را در نظر بگیرید. مطابق شکل میخواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع  $x$  برش بزنیم و آنها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورقه در امتداد خط چین های



مشخص شده در شکل ، یک جعبه در باز بسازیم. مقدار  $x$  چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن است؟ (۱.۵ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

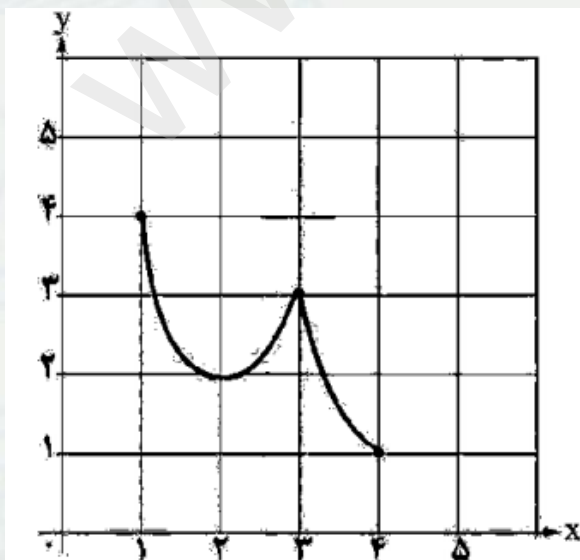
۱۰) تابع  $f(x) = x^2 - x$  را در نظر بگیرید.

الف) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  را در بازه  $[0, 2]$  بدست بیاورید.

ب) حدود  $x$  را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f$  از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه  $[0, 2]$  بزرگتر باشد.

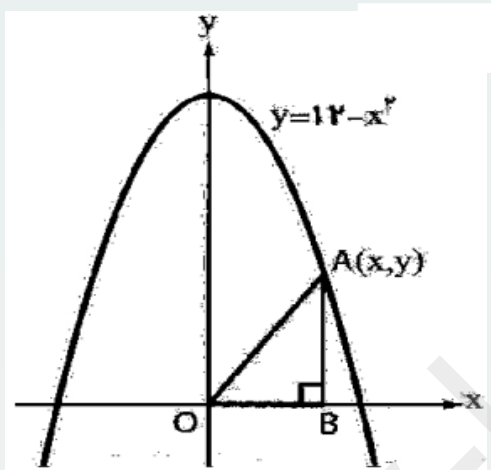
(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۱) در نمودار تابع مقابل ، طول نقاط ماکزیمم نسبی ، مینیمم نسبی ، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۲) مطابق شکل زیر، نقطه  $A$  در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی  $y = 12 - x^2$  قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه  $A$  را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزویه  $OAB$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (۱.۷۵)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۳) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = 2t^3 + t - 1$  است،

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه  $[1, 2]$  را محاسبه کنید.

ب) سرعت لحظه ای متحرک در لحظه  $t = 2$  چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

۱۴) با رسم جدول تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 27x + 1$  مشخص کنید تابع در کدام بازه ها اکیدا صعودی است؟



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

---

۱۵) می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقا ۹۰۰ سانتی متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ( $\pi = 3$ )

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

---

۱۶) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 + 2t + 3$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[0, 2]$  بر  $t$  بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه با هم برابرند؟ (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

---

۱۷) نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (۱.۷۵ نمره)

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

---

۱۸) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

---

۱۹) آهنگ تغییر لحظه ای تابع  $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$  در نقطه ای به طول  $x = 2$  چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[-2, 0]$  است؟ (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

---



۲۰) بزرگترین بازه از  $\mathbb{R}$  که تابع  $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$  در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۲۱) پنجره ای به شکل یک مستطیل و نیم دایره ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد. (۱.۷۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

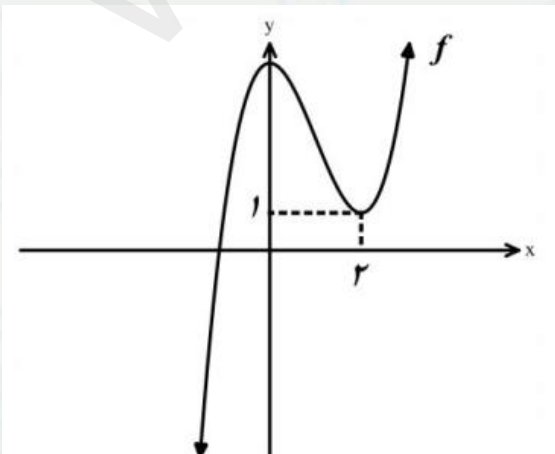
۲۲) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر میگیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -4t^2 + 40t$  به دست می آید. (۱.۲۵)

الف) سرعت متوسط در بازه  $[2,4]$  را بیابید.

ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۲۳) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر  $b$  و  $d$  را بیابید. (۱.۵)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۲۴) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۲۵) تابع  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی را نشان میدهد، که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ تغییر لحظه ای قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۶) با تشکیل جدول تغییرات تابع  $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه هایی صعودی اکید است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۷) نشان دهید در بین مستطیل هایی با محیط ۱۶ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۸) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  بر حسب متر در بازه  $[0,5]$  ( $t$  بر حسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه زمانی  $[0,5]$  و سرعت لحظه ای را در لحظه  $t = 2$  به دست آورید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)



۲۹) اکستریم های نسبی تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$  را در صورت وجود به دست آورید. (۲)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۳۰) اگر بین دو عدد حقیقی رابطه ی برقرار باشد، مقادیر را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۳۱) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(x) = t^2 - t + 10$  بر حسب متر در بازه  $[0,5]$  بر  $t$  (حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0,5]$  با هم برابرند؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۳۲) اکستریم های مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  را در بازه ی  $[-1,3]$  مشخص کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۳۳) اگر نقطه  $(1,2)$  نقطه اکستریم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد، مقادیر  $b$  و  $d$  را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۳۴) تابع با ضابطه ی  $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$  متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می دهد که در آن  $x$  مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است.

الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه ی زمانی  $[0,25]$  چقدر است؟



ب) آهنگ لحظه ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

---

۳۵) تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 3x$  در چه بازه هایی اکیدا صعودی و در کدام بازه اکیدا نزولی است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

---

۳۶) دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

---

۳۷) جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر میگیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله  $h(t) = -5t^2 + 40t$  به دست می آید:  
الف) سرعت متوسط جسم را در بازه  $[5,8]$  به دست آورید.  
ب) مشخص کنید در چه لحظه ای سرعت جسم  $35 \frac{m}{s}$  است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

---

۳۸) اگر نقطه  $(2,1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد، مقادیر  $b$  و  $d$  را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

---

۳۹) در بین تمام مستطیل هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیش ترین مساحت را بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)



۴۰) معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[0, 5]$  بر  $t$  بر حسب ثانیه) داده شده است، در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی با هم برابرند؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۴۱) در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۴۲) نشان دهید در بین تمام مستطیل های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مسستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۴۳) خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله  $d(t) = -5t^2 + 20t$  حرکت میکند، که در آن  $0 \leq t \leq 5$  بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه ای در  $t = 2$  چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۴۴) اکستریم های مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 7$  را در بازه  $[-1, 3]$ ، در صورت وجود به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۴۵) دو عدد حقیقی که تفاضل آنها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

---

(۴۶) یک توده باکتری پس از ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} \rightarrow 2t^3$  گرم است.

الف) جرم این توده از باکتری در بازه زمانی  $1 \leq t \leq 4$  چند گرم افزایش میابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 4$  چقدر است؟

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

---

(۴۷) تابع  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$  در نظر بگیرید:

الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

ب) مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f$  در بازه  $[0,3]$  در صورت وجود به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

---

(۴۸) هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت  $32\text{cm}^2$  خواهد بود. هنگام

طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالایی و پایینی هر صفحه  $2\text{cm}$  و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شود. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

---



## پاسخنامه

الف) درست نادرست. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) درست.

(۲) درست.

(۳) نادرست.

ب) جاخالی. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) بحرانی

ج) سوالات تشریحی.

(۱)

$$f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{x}}(0.25) \Rightarrow f'(25) = \frac{7}{10}(0.25)$$

(۲) روش اول:

الف:  $[-2, 2]$  (0.25)

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0(0.25) \Rightarrow x = \pm 2(0.25)$$

x		-۲		۲	
f'	+	o	-	o	+
f	↗	↘	↗		

رسم جدول (0.25)



ب) با توجه به جدول تغییرات،  $x = -2$  (0.25)

روش دوم:

الف:

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \leq 0(0.5) \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2(0.5)$$

ب) با توجه به قسمت الف،  $x = -2$  (0.25)

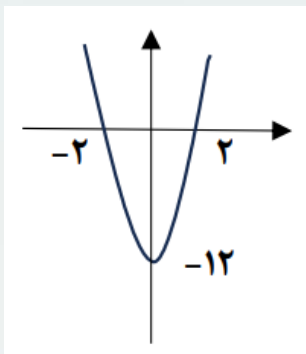
روش سوم:

الف:

$$f'(x) = 3x^2 - 12(0.25)$$

$[-2, 2]$  نامثبت است، پس تابع نزولی اکید است. (0.25)

رسم نمودار. (0.5)



$$x = -2(0.25)$$

توجه: اگر جواب قسمت الف به صورت هر یک از بازه های  $(-2, 2)$ ,  $[-2, 2)$ ,  $(-2, 2]$  هم نوشته شده باشد، نمره تعلق گیرد.

۳

$$x + 2y = 100 \Rightarrow x = 100 - 2y(0.25)$$

$$s = x \cdot y = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2(0.25)$$

$$s'(y) = 100 - 4y = 0(0.25) \Rightarrow y = 25 \quad s_{\max} = 50 \times 25 = 1250(0.25)$$

رسم جدول. (0.25)

$y$	0	25	50
$s'$	+		-
$s$	↗		↘

روش دوم:

$$x + 2y = 100 \Rightarrow 2y = 100 - x \Rightarrow y = \frac{100 - x}{2} \quad (0.25)$$

$$s = xy = x \left( \frac{100 - x}{2} \right) = \frac{100x - x^2}{2} \quad (0.25)$$

$$s'(x) = \frac{100 - 2x}{2} = 0 \quad (0.25) \Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = 50 \quad (0.25)$$

$$s_{\max} = 50 \times 25 = 1250 \quad (0.25)$$

$y$	0	25	50
$s'$		+	-
$s$	↗		↘

رسم جدول (0.25)

(4)

$$\text{الف) } \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} \quad (0.25) = \frac{25 - (-5)}{3} \quad (0.25) = 10 \quad (0.25)$$

$$\text{ب) } f'(x) = 3x^2 + 1 = 13 \quad (0.25) \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \quad (0.25)$$

$$\rightarrow x = 2 \quad (0.25)$$

(5)

$$f'(x) = -3x^2 - 6x = 0 \quad (0.25) \rightarrow x(-3x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (0.25) \\ x = -2 \quad (0.25) \end{cases}$$

$x$		-2	0	
$f'$		-	+	-
$f$		↘ min	↗ max	↘

جدول (0.25)  $\rightarrow$   $\begin{cases} x = 0 \quad (0.25) \text{ ماکزیمم} \\ x = -2 \quad (0.25) \text{ مینیمم} \end{cases}$



(۶)

$$s = ab = 16 \rightarrow b = \frac{16}{a} (0.25)$$

$$P = 2(a + b) = 2\left(a + \frac{16}{a}\right) = 2a + \frac{32}{a} (0.25)$$

$$p' = 2 - \frac{32}{a^2} = 0 (0.25) \rightarrow \frac{32}{a^2} = 2 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = 4 (0.25)$$

(۷)

$$\text{آهنگ لحظه ای} = 20(2)\left(1 - \frac{t}{50}\right) \text{ یا } \frac{-4}{50}\left(1 - \frac{t}{50}\right) (0.5)$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{0 - 20}{50 - 0} (0.25) = \frac{-2}{5} (0.25)$$

از برابری آهنگ متوسط و لحظه ای نتیجه میگیریم  $t = 25 (0.25)$

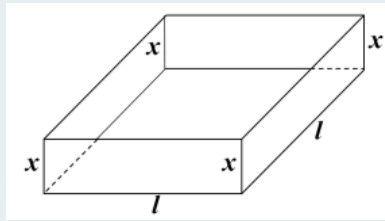
(۸)

$$f'(x) = 2x^2 - x - 15 = 0 (0.25) \rightarrow \begin{cases} x = 3 & (0.25) \\ x = -\frac{5}{2} & (0.25) \end{cases}$$

$x$	$-\frac{5}{2}$	$3$
$f'$	$+$ $\circ$	$-$ $\circ$ $+$
$f$	$\nearrow$	$\searrow$ $\nearrow$
	<b>max</b>	<b>min</b>

طول نقاط  $\max$  و  $\min$  و جدول هر مورد  $(0.25)$





(۹)

$$v = xl^2$$

$$2x + l = 30 \rightarrow l = 30 - 2x \quad (0.25) \rightarrow v = x(30 - 2x)^2$$

$$4x^3 - 120x^2 + 900x \quad x \in [0, 15] \quad (0.25)$$

$$v'(x) = (30 - 2x)^2 + 2(-2)(30 - 2x)x = 0$$
 یا

$$v'(x) = 12x^2 - 240x + 900 = 0 \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \quad (0.25) \\ x = 15 \quad (0.25) \end{cases}$$

$x$		.	۵	۱۵	
$v'$		+	○	-	○
$v$			↗	↘	
		.	۲۰۰۰	.	

بیشترین حجم برای  $x = 5$  به دست می آید.

(۱۰)

$$\text{الف) } [0, 2] \text{ آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} \quad (0.25) = \frac{2 - 0}{2} = 1 \quad (0.25)$$

$$\text{ب) } f'(x) = 2x - 1 \quad (0.25) \Rightarrow 2x - 1 > 1 \quad (0.25) \Rightarrow x > 1 \quad (0.25)$$

توجه: اگر دانش آموز جواب به دست آمده در قسمت ب را با بازه  $[0, 2]$  اشتراک گرفت نمره کامل داده شود.

(۱۱) (هر مورد ۰.۲۵)

طول نقطه ماکزیمم مطلق = ۱

طول نقطه ماکزیمم نسبی = ۳

طول نقطه مینیمم مطلق = ۴

طول نقطه مینیمم نسبی = ۲



(۱۲)

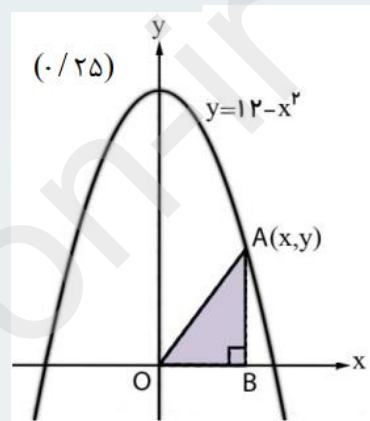
$$S\left(\Delta_{0AB}\right) = \frac{1}{2}xy(0.25) = \frac{1}{2} \times (12 - x^2) \times 0.25 \Rightarrow s'(x) = 6x - \frac{1}{2}x^3(0.25)$$

$$= 6 - \frac{3}{2}x^2(0.25)$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0(0.25) \Rightarrow x = 2(0.25) \Rightarrow y = 12 - 4 = 8(0.25)$$

X	0	2	$\sqrt{12}$
$S'(x)$		+	-
$S(x)$		↗	↘

(0.25)



(۱۳)

الف)  $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}(0.5) = 15(0.25)$

ب)  $f'(t) = 6t^2 + 1(0.5) \rightarrow f'(2) = 25(0.25)$

(۱۴)

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0(0.25) \Rightarrow x = \pm 3(0.25)$$

اکیدا صعودی (0.5) رسم جدول (0.5)

$(-\infty, -3], [3, +\infty)$

x		-3		3	
$f'(x)$		+	-	+	



(۱۵)

$$h = \frac{300}{r^2} (0.25) \quad s = \frac{1800}{r} + 3r^2 (0.25) \quad s' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0 (0.5)$$

$$r = \sqrt[3]{300} (0.25) \Rightarrow h = \sqrt[3]{300} (0.25)$$

(۱۶)

$$f'(t) = 2t + 2 (0.25)$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} (0.25) = \frac{11 - 3}{2} (0.25) = 4 (0.25) \quad 2t + 2$$

$$= 4 (0.25) \rightarrow t = 1 (0.25)$$

(۱۷)

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 (0.25) \rightarrow \begin{cases} x = -1 (0.25) \\ x = +2 (0.25) \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	•	•	-
f		-16	11	
		Min	Max	
		(•/۲۵)	(•/۲۵)	

جدول (•/۵)

(۱۸)

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y (0.25)$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y (0.25)$$

$$s' = 2y + 8 = 0 (0.25) \quad \begin{cases} y = -4 (0.25) \\ x = 4 (0.25) \end{cases}$$





$$h = \frac{6 - (2 + \pi) \frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} (0.25)$$

---

(۲۲)

$$\text{سرعت متوسط (الف)} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} (0.25) = \frac{96 - 64}{2} = 16(0.5)$$

$$\text{ب) } h'(t) = -8t + 40 = 16(0.25) \rightarrow t = 3(0.25)$$

---

(۲۳)

$$f'(2) = 0(0.25) \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx(0.25) \rightarrow b = -3(0.25)$$

$$f(2) = 1(0.25) \rightarrow 8 + (-12) + d = 1(0.25) \rightarrow d = 5(0.25)$$

---

(۲۴)

$$x - y = 10(0.25)$$

$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x(0.25)$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0(0.5) \rightarrow x = 5(0.25), y = -5(0.25)$$

---

(۲۵)

$$\text{آهنگ متوسط رشد} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} (0.25) = \frac{85 - 50}{25} (0.25) = \frac{7}{5} (0.25)$$

---

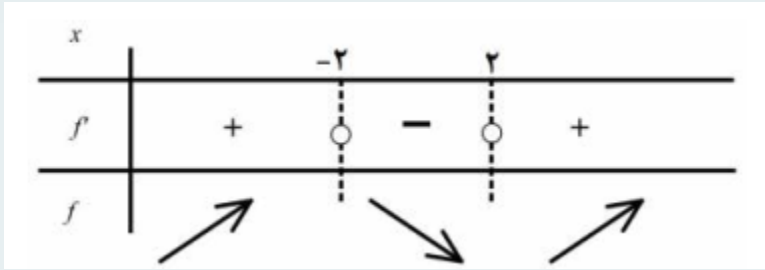
(۲۶)

$$\text{الف) } f'(x) = 3x^2 - 12(0.25) \Rightarrow x = 2, x = -2(0.25)$$

تکمیل جدول (0.25)



(0.5) یا  $(-\infty, -2)$  اکیدا صعودی  $(2, +\infty)$



(۲۷)

$$y = 8 - x(0.25) \rightarrow s(x) = -x^2 + 8x(0.25) \rightarrow s'(x) = -2x + 8 = 0(0.25)$$

$$\rightarrow x = +4(0.25), y = +4(0.25)$$

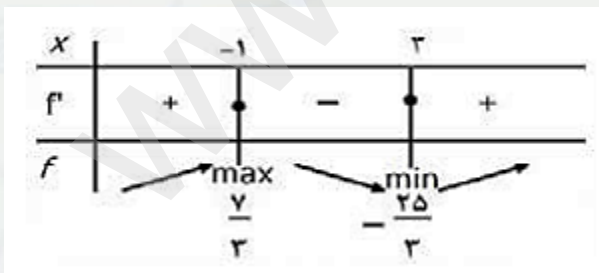
(۲۸)

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0}(0.25) = \frac{30 - 10}{5}(0.25) = 4(0.25)$$

$$f'(t) = 2t - 1(0.25) \rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3(0.25)$$

(۲۹)

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0(0.5) \quad x = 3, x = -1(0.25)$$



تکمیل جدول (۱ نمره)

(۳۰)

$$p = xy = 5x^2 - 10x(0.5) \rightarrow p'(x) = 0(0.25) \rightarrow 10x - 10 = 0(0.25)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 1 (0.25) \\ y = -5(0.25) \end{cases}$$



(۳۱)

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} (0.25) = 4(0.25)$$

$$\text{سرعت لحظه ای} = f'(t) = 2t - 1 = 4(0.25) \quad , \quad t = \frac{5}{2}(0.25)$$

(۳۲)

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0(0.25) \rightarrow \begin{cases} x = +1 & (0.25) \\ x = -2 \notin [-1, 3] & (0.25) \end{cases}$$

$$f(-1) = 13(0.25) \quad , \quad f(1) = -7(0.25) \quad , \quad f(3) = 45(0.25)$$

$$\min = (1, -7)(0.25) \quad , \quad \max = (3, 45)(0.25)$$

(۳۳)

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7(0.5)$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow b = -3 \quad , \quad d = 5(0.5)$$

(۳۴)

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} (0.25) = \frac{85 - 50}{25} (0.25) = \frac{7}{5} (0.25)$$

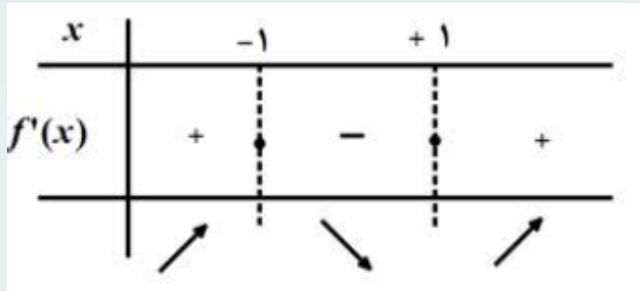
$$\text{آهنگ لحظه ای} = f'(49) = \frac{7}{2\sqrt{x}} (0.25) = \frac{7}{2\sqrt{49}} (0.25) = \frac{1}{2} (0.25)$$

(۳۵)

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1(0.5)$$



تکمیل جدول (0.25)



در بازه های  $(-\infty, -1)$  و  $(1, +\infty)$  اکیدا صعودی است. (0.5)

در بازه  $(-1, +1)$  اکیدا نزولی است. (0.25)

(۳۶)

$$y = 10 + x(0.25) \rightarrow p = (x)(y) = 10x + x^2(0.5) \rightarrow p'(x) = 10 + 2x = 0(0.25) \rightarrow x = -5(0.25), y = +5(0.25)$$

(۳۷)

الف:

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} (0.25) = \frac{0 - 75}{8 - 5} (0.25) = -25(0.25)$$

ب:

$$h'(t) = -10t + 40 = 35(0.5) \Rightarrow t = 0.5(0.25)$$

(۳۸)

$$f'(2) = 0 \rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3(0.5)$$

$$f(2) = 1(0.25) \rightarrow 4b + d = -7(0.25) - 12 + d = -7(0.25)$$

$$\rightarrow d = 5(0.25)$$



(۳۹)

$$y = 7 - x(0.25) \rightarrow s = (x)(y) = 7x - x^2(0.5) \rightarrow S'(x) = 7 - 2x = 0(0.25) \rightarrow x = 3.5(0.25), y = 3.5(0.25)$$

(۴۰)

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0}(0.25) = 4(0.25) \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4(0.25) \rightarrow t = \frac{5}{2}(0.25)$$

(۴۱) تکمیل جدول یک نمبره دارد.

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0(0.5) \rightarrow \begin{cases} x = 1 (0.25) \\ x = -3(0.25) \end{cases}$$

$x$		-۳		۱			
$f'$		+	•	-	•	+	
$f$			↗	۱۷	↘	-۱۵	↗
				max		min	

(۴۲)

$$f = xy \rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x(0.25) \rightarrow f'(x) = -2x + 7 = 0(0.25) \rightarrow x = \frac{7}{2}, y = \frac{7}{2}$$

(۴۳)

$$d'(t) = -10t + 20(0.25) \Rightarrow d'(2) = 0(0.25)$$



(۴۴)

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 9 \cdot f(1) = 5 \cdot f(3) = 25 \text{ (0.75)} \quad \max = (3, 25) \cdot \min(1, 5)(0.5)$$

(۴۵)

$$a - b = 20 \Rightarrow a = b + 20 \text{ (0.25)}$$

$$f(b) = b(b + 20) \text{ (0.25)} \Rightarrow f'(b) = 2b + 20 = 0 \text{ (0.25)}$$

$$b = -10 \cdot a = +10 \text{ (0.5)}$$

(۴۶)

الف:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{130 - 3}{4 - 1} \text{ (0.5)} = \frac{127}{3} \text{ (0.25)}$$

ب:

$$m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \text{ (0.5)} = \frac{1}{4} + 96 \text{ (0.25)}$$

(۴۷) تکمیل جدول (۰.۷۵) نمره

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \text{ (0.25)} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (0.25)} \\ x = 2 \text{ (0.25)} \end{cases}$$

$x$		-۱		۲			
$f'$		-	•	+	•	-	
$f$			↘	-۱۶	↗	۱۱	↘
				min		max	



(ب)

$$f(0) = -9 \min \quad f(2) = 11 \max \quad f(3) = 0 \quad (0.75)$$

---

(۴۸)

$$xy = 32 \quad (0.25) \rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x \quad (0.25)$$

$$\rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0 \quad (0.25) \rightarrow x = 8 \quad (0.25) \quad , \quad y = 4 \quad (0.25)$$

ابعاد صفحه: ۶ در ۱۲ است. (0.25)

---

