

## سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

### درس ریاضی ۳ تجربی - فصل ۴ - مشتق

گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه ۳۴۰ منطقه یک کنکور تجربی ۱۴۰۴

الف) درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰.۲۵)

۱) تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  در  $x = 0$  مشتق پذیر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

ب) سوالات تشریحی

۱) مشتق تابع  $f(x) = x^2 + 1$  را در  $x = 2$  با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۲) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۱.۷۵)

الف)  $f(x) = (x^3 + 6x)(\sqrt[3]{x})$

ب)  $g(x) = \frac{2x + 3}{5x^2 + 4}$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۳) اگر  $g(2) = 5$ ،  $g'(2) = 3$  و  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$  باشد. آنگاه مشتق تابع  $h(x) = (f \circ g)(x)$  را

در  $x = 2$  به دست آورید. (۱ نمره)

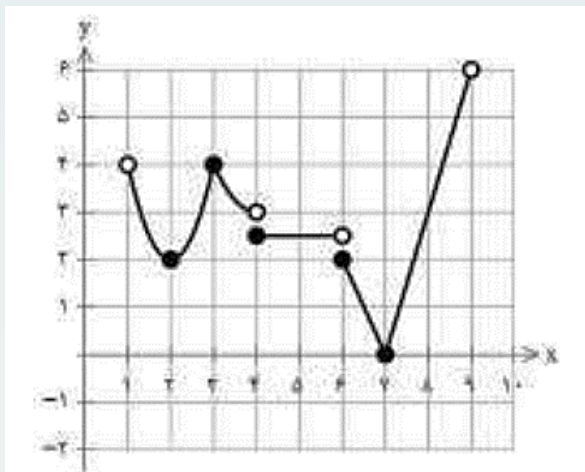


(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۴) نمودار تابع  $f$  در زیر رسم شده است.

الف) تابع  $f$  در چند نقطه از دامنه اش مشتق ناپذیر است؟

ب) آیا تابع  $f$  روی بازه مشتق پذیر است؟ چرا؟



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۵) شیب خط مماس بر منحنی  $f(x) = x^2 - x$  در نقطه  $x = 3$  را با استفاده از تعریف مشتق به دست بیاورید. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۶) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۲ نمره)

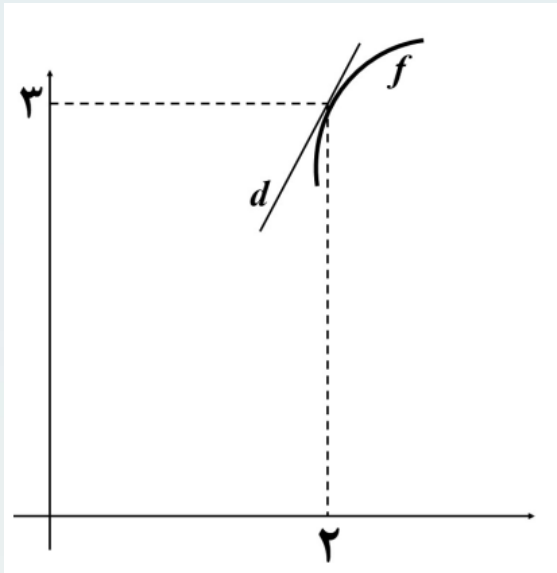
الف)  $f(x) = (2x^6 + \sqrt{2x})^7$

ب)  $g(x) = \frac{2x^3 - 1}{-x^2 + 2x}$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)



۷) با توجه به شکل، اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x) - 15}{x - 2} = 10$  باشد معادله خط  $d$  را به دست آورید. (۱.۲۵ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۸) مشتق تابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۱.۲۵ نمره)

$$h(x) = \left( \frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^6$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۹) مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 2 \\ 6x - 4 & x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & x > 2 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی کنید. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۱۰) اگر نمودار تابع  $f$  از نقطه  $A(2,4)$  بگذرد و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$  باشد، معادله خط مماس بر نمودار  $f$  را در نقطه  $A$  بدست آورید. (۱ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۱) با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در  $x = 2$  بیابید.

(۱.۲۵ نمره)

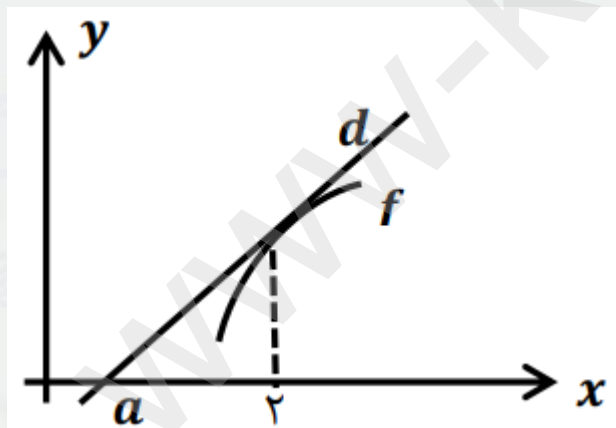
(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۲) مشتق تابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۲۵ نمره)

$$f(x) = (x - 6)^3 + \frac{5x + 3}{\sqrt{2x - 1}}$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۱۳) خط  $d$  در نقطه با طول  $x = 2$  بر نمودار تابع  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$  مماس است. با توجه به شکل مقدار  $a$  (نقطه برخورد خط  $d$  با محور  $x$  ها) را بیابید. (۱.۵ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

۱۴) مشتق تابع های زیر را به دست بیاورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۲ نمره)

الف)  $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$



$$\text{ب) } g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

۱۵) اگر  $f(x) = \frac{1}{x}$  آن گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید:  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$  (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

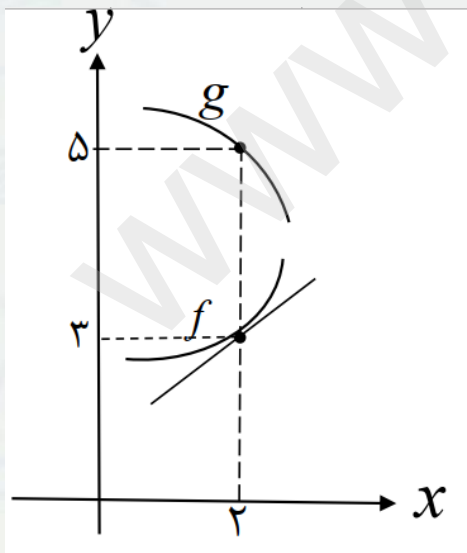
۱۶) مشتق تابع های زیر را به دست بیاورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۲.۲۵ نمره)

الف)  $g(x) = \frac{(2x - 1)^4}{x^3 + 8}$

ب)  $f(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۱۷) با توجه به نمودار های توابع  $f$  و  $g$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$  چند برابر  $f'(2)$  است. (۱ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)



۱۸) مشتق تابع های زیر را به دست بیاورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۲.۲۵ نمره)

الف)  $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+4)$

ب)  $g(x) = \frac{-7x^2+1}{x-6}$

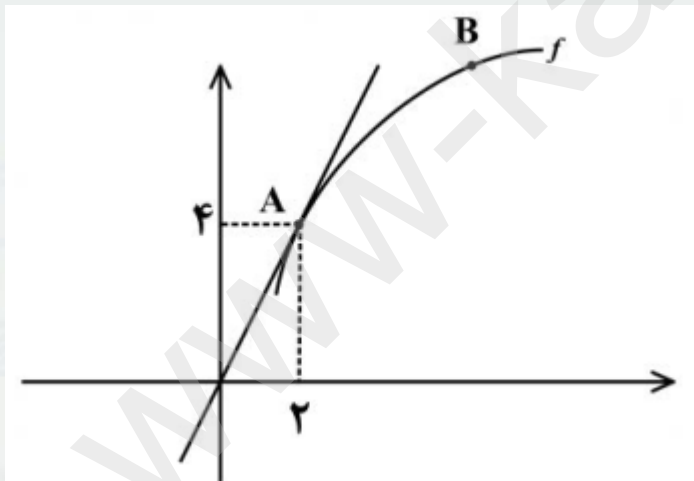
پ)  $h(x) = (2x^5-1)^4$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۱۹) نمودار تابع  $f$  به صورت زیر رسم شده است. اگر خط  $d$  در نقطه  $A$  بر نمودار تابع  $f$  مماس باشد: (نمره ۰.۷۵)

الف) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$  را بیابید.

ب) شیب خط های مماس در نقاط  $A$  و  $B$  را مقایسه کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

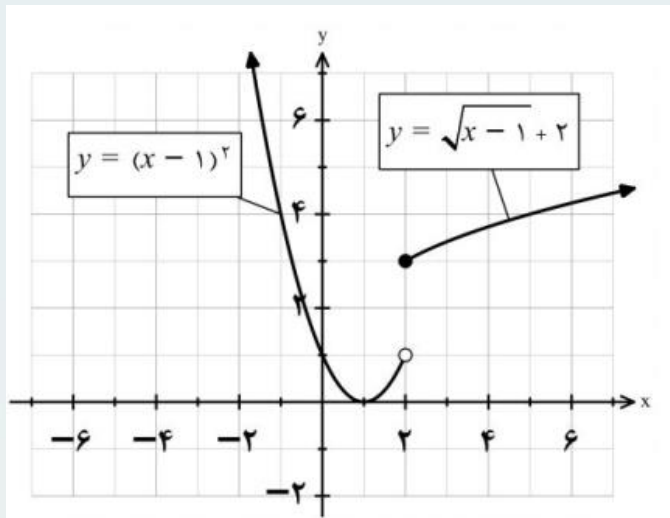
۲۰) نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}+2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$  به صورت مقابل است. (۱.۵)

الف) آیا تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  مشتق پذیر است؟



ب) آیا تابع در بازه  $(-\infty, 2)$  مشتق پذیر است؟ چرا؟

پ) مشتق راست تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  را به دست آورید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۲۱) مشتق تابع های زیر را به دست بیاورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۱.۵ نمره)

الف)  $f(x) = x(x-1)(x+1)$

ب)  $g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3$

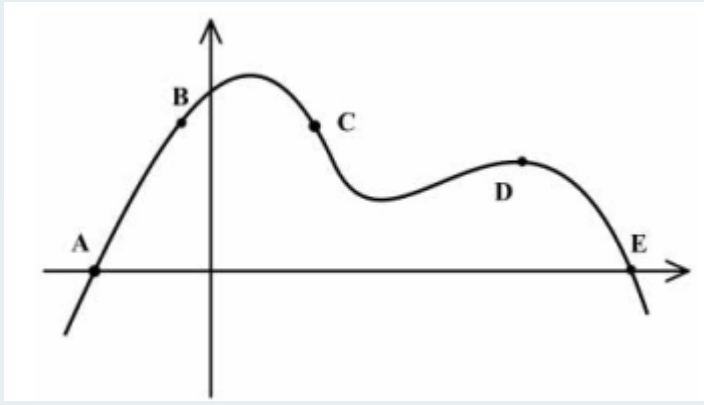
(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۲۲) از بین نقاط مشخص شده  $A, B, C, D, E$  و  $F$  روی نمودار مقابل، در کدام نقطه: (۰.۵)

الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟

ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟





(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۳) معادله نیم مماس راست تابع  $f(x) = |x^2 - 1|$  را در نقطه ای به طول  $x = 1$  واقع بر منحنی بنویسید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۴) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)(۱.۷۵ نمره)

الف)  $f(x) = \frac{-2x + 3}{x + 4}$

ب)  $g(x) = (\sqrt{3x + 1})(x^2 + 2x)$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۲۵) اگر توابع  $f, g$  مشتق پذیر باشند و  $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$  حاصل  $(fg)'(2)$  را به دست بیاورید. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۲۶) اگر  $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  مشتق پذیر باشد، مقدار  $a$  را محاسبه کنید. (۱.۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)



۲۷) مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۰.۷۵ نمره)

$$f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۲۸) مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه  $x = -1$  بررسی کنید. (۱.۵)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۲۹) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۷۵ نمره)

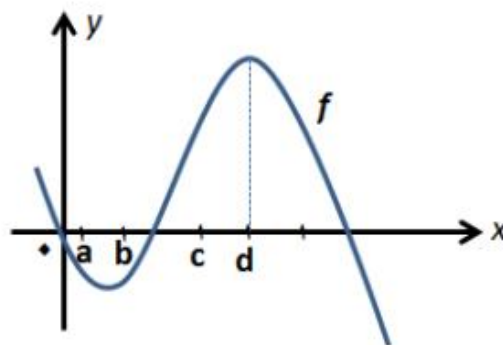
الف)  $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$

ب)  $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 1)$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

۳۰) اگر توابع  $f, g$  مشتق پذیر باشند و  $f'(1) = 3$ ،  $g'(1) = 5$  مقادیر  $(3f + 2g)'(1)$  را به دست آورید. (۰.۷۵)

$x$	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۳۲) اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$  نشان دهید  $f'_+(0)$  و  $f'_-(0)$  موجودند ولی  $f'(0)$  وجود نیست. (۱ نمره)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

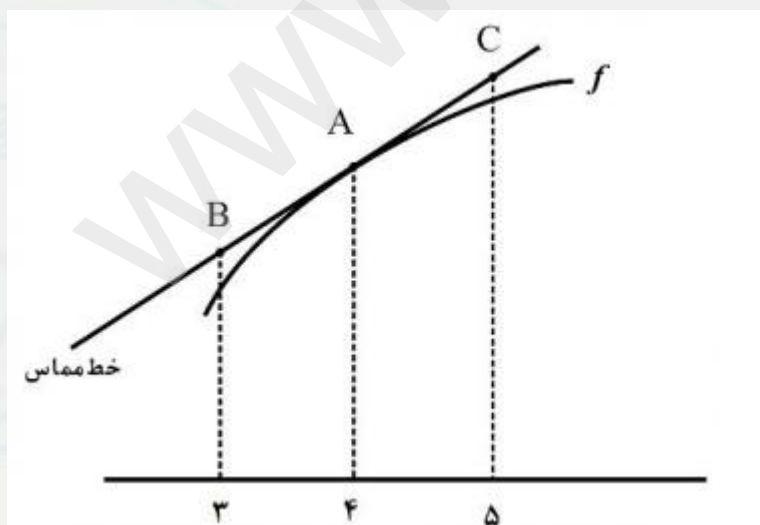
۳۳) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۵ نمره)

الف)  $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$

ب)  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

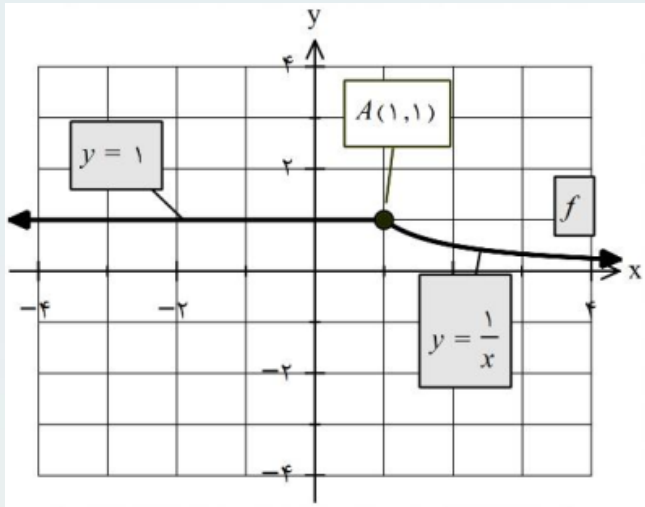
۳۴) برای تابع  $f$  در شکل رو به رو داریم  $f'(4) = 1.5$  و  $f(4) = 24$  با توجه به شکل ، مختصات نقاط  $B$  و  $C$  را بیابید. (۱ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)



۳۵) با محاسبه مشتق راست و چپ تابع  $f$  در نقطه  $A$ ، نشان دهید تابع  $f$  در نقطه  $A$  مشتق پذیر نیست. (۱ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۳۶) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۱.۵ نمره)

الف)  $f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$

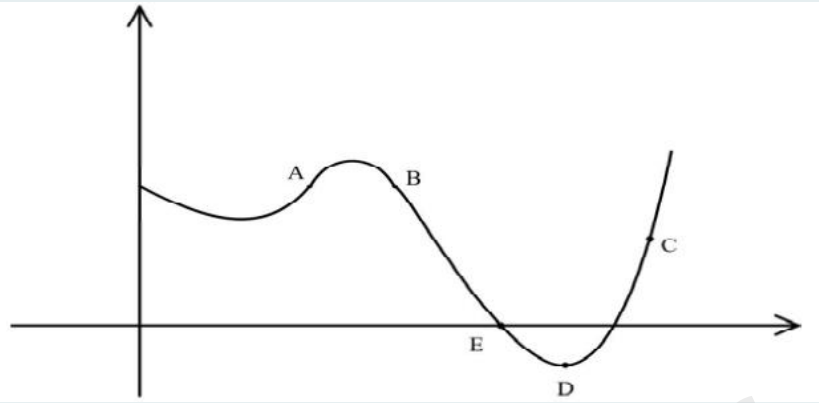
ب)  $g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۳۷) نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است). (۱ نمره)



شیب	نقطه
-۳	
-۱	
۰	
۱	



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

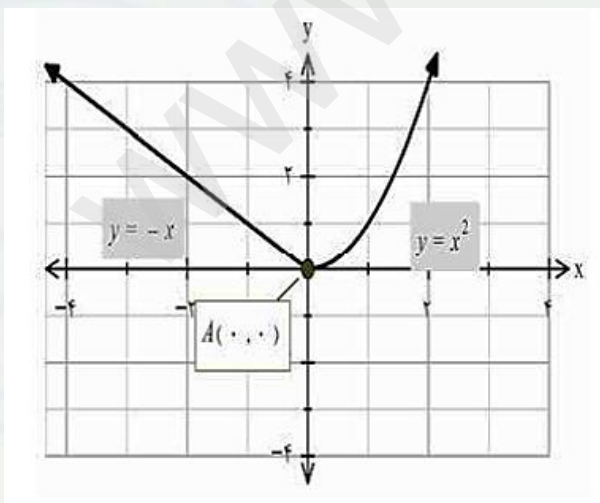
۳۸) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۵ نمره)

الف)  $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$

ب)  $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۳۹) با محاسبه مشتق راست و چپ تابع داده شده در نقطه  $A$ ، نشان دهید این تابع در نقطه  $A$  مشتق پذیر نیست. (۱.۲۵ نمره)

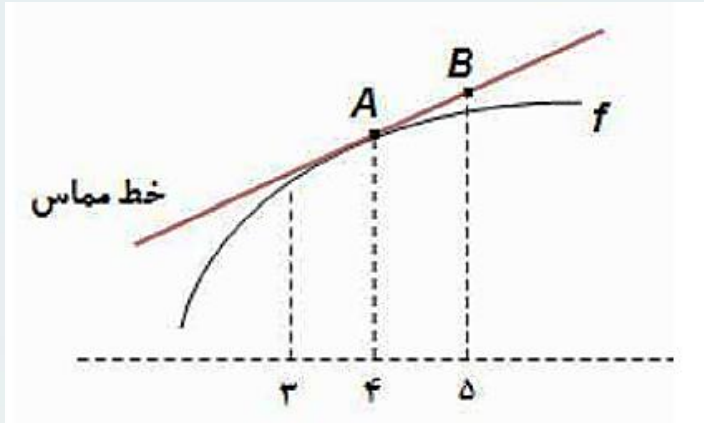


(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)



۴۰) برای تابع  $f$  در شکل رو به رو داریم:  $f'(4) = \frac{3}{2}$  و  $f(4) = 25$  با توجه به شکل، مختصات نقاط

$A$  و  $B$  را بیابید. (۱ نمره)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۴۱) تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$  داده شده است: (۱.۵ نمره)

الف) نشان دهید که  $f'(0)$  وجود ندارد.

ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

پ) نمودار تابع  $f'$  را رسم کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۴۲) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۷۵ نمره)

الف)  $f(x) = \frac{3x + 1}{\sqrt{x}}$

ب)  $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(x^2 + 5x)^7$

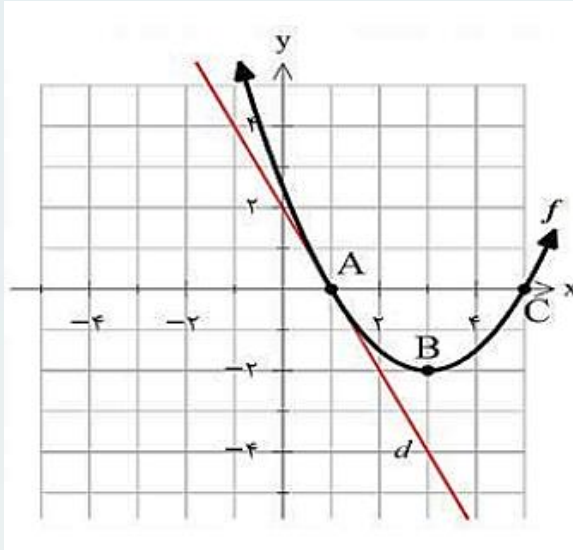
(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)



۴۳) در نمودار مقابل خط  $d$  در نقطه  $x = 1$  بر نمودار  $f$  مماس شده است: (۱ نمره)

الف) مشتق تابع  $f$  را در نقطه  $x = 1$  محاسبه کنید.

ب) شیب نمودار را در نقاط  $B, C$  محاسبه کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

۴۴) به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در نقطه  $x = -2$  بررسی کنید. (۱.۲۵)

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

۴۵) مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (۱.۷۵ نمره)

الف)  $f(x) = \left(\frac{-3x + 1}{x^2 + 5}\right)^8$

ب)  $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{3x + 2})$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)



## پاسخنامه

الف) درست نادرست. (هر مورد ۰.۲۵)

(۱) نادرست.

ب) پاسخ تشریحی.

(۱) روش اول:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} (0.25) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} (0.25) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} (0.25) = 4(0.25) \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} (0.25) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 + 1 - 5}{h} (0.25) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4 + h)}{h} (0.25) = 4(0.25) \end{aligned}$$

روش سوم:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - 1 - (x)}{h} (0.25) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 + 1 - x^2 - 1}{h} (0.25) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = 2x(0.25) \Rightarrow f'(2) = 2 \times 2 = 4(0.25) \end{aligned}$$

(۲)

الف:

$$f'(x) = \overbrace{(3x^2 + 6)(\sqrt[3]{x})}^{(0.25)} (0.25) + \left( \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right) (x^3 + 6x) (0.25)$$



با توجه به اینکه دانش آموز ممکن است فرجه ۳ را توان در نظر بگیرد، به روش زیر هم نمره تعلق گیرد.

$$f'(x) = 3(x^3 + 6x)^2(3x^2 + 6)\sqrt{x}(0.25) + (\text{دارد نمره } 0.25 \text{ علاوه به علامت})$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}(x^3 + 6x)^3(0.25)$$

ب:

$$g'(x) = \frac{(2)(5x^2 + 4)(0.25) - (10x)(2x + 3)(0.25)}{(5x^2 + 4)^2(0.25)}$$

(۳)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = f'(5) = 4(0.25)$$

$$h'(2) = g'(2)f'(g(2)) = 3(0.25) \cdot f'(5)(0.25) = 12(0.25)$$

(۴)

الف: ۴ نقطه (۰.۲۵)

ب: خیر (۰.۲۵) زیرا در  $x = 6$  مشتق چپ (پیوستگی چپ) ندارد. (۰.۲۵)

(۵)

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} (0.25) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} (0.25)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 2)}{x - 3} (0.25) = 5(0.25)$$

(در صورت استفاده از تعریف دیگر مشتق به تناسب نمره داده شود.)



(۶)

الف:

$$f'(x) = 7(0.25)(2x^6 + \sqrt{2x})^6 (0.25) \left( 12x^5(0.25) + \frac{2}{2\sqrt{2x}}(0.25) \right)$$

ب:

$$g'(x) = \frac{6x^2(-x^2 + 2x)(0.25) - (-2x + 2)(2x^3 - 1)(0.25)}{(-x^2 + 2x)^2(0.25)} (0.25)$$

(۷)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(f(x) - f(2))}{x - 2} = 5f'(2)(0.5) \rightarrow f'(2) = 2(0.25)$$

$$\rightarrow y = 2x - 1(0.25)$$

(۸)

$$h'(x) = 6(0.25) \left( \frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^5 (0.25) \left( \frac{\left( \frac{-3}{2\sqrt{1-3x}} \right) (7+x)(0.25) - (1)(\sqrt{1-3x})(0.25)}{(7+x)^2(0.25)} \right)$$

(۹) در  $x = 2$  پیوسته است. (۰.۲۵)

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 2 \left( \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'_{+}(2) = 1(0.25), f'_{\psi}(2) = 8(0.25)$$

پس در (0.25) مشتق پذیر نیست.



روش اول: فرض کنیم  $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی در نقطه  $(2,4)$  واقع بر آن باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3(0.25) \Rightarrow a = 3(0.25)$$

$$y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} b = -2(0.25) \Rightarrow y = 3x - 2(0.25)$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3(0.25) \Rightarrow m = 3(0.25)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{(2,4)} y - 4 = 3(x - 2)(0.5)$$

روش اول:

$$\begin{aligned} f'_-(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} (0.25) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} (0.25) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} (0.25) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} (0.25) = -4(0.25) \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} f'_- &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} (0.25) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|(2 + h)^2 - 4| - 0}{h} (0.25) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|h^2 + 4h|}{h} (0.25) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-(h^2 + 4h)}{h} (0.25) = -4(0.25) \end{aligned}$$

$$f'(x) = 3(x - 6)^2(0.25) + \frac{5(\sqrt{2x - 1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x - 1}}(5x + 3)}{(\sqrt{2x - 1})^2} (0.25)$$



(۱۳)

$$f'(x) = -2x + 6(0.25) \rightarrow f'(2) = 2(0.25)$$

$$d: (2,3)_7(a,0)(0.25): 2 = \frac{0-3}{a-2}(0.5) \Rightarrow a = 1/2(0.25)$$

(۱۴)

الف:

$$f'(x) = \left(\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(0.25)(x^4 - 2x) + (4x^3 - 2)(0.25)(2\sqrt{x} + 1)\right)(0.5)$$

ب:

$$g'(x) = \frac{3(0.25)(x^5 - x + 1) - (5x^4 - 1)(0.25)(3x + 1)}{(x^5 - x + 1)^2}(0.5)$$

(۱۵)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}(0.25) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}(0.25) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)}(0.25) = -\frac{1}{x^2}(0.25) \end{aligned}$$

(۱۶)

الف:

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{4(0.25) \times 2(0.25) \times (2x-1)^3(x^3+8)(0.25) - (0.25)3x^2(2x-1)^4(0.25)}{(x^3+8)^2(0.25)} \end{aligned}$$



ب:

$$f'(x) = \frac{2(0.25)}{3(0.25)\sqrt[3]{(2x+1)^2(0.25)}}$$

---

(۱۷)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)9(x) - 39(x)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) \cdot 9(x) - f(2) \cdot 9(x)}{x - 2} (0.25) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} 9(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} (0.25) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} (0.25) \\ &= 5f'(2)(0.25) \end{aligned}$$

---

(۱۸)

الف:

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3 + 4)(0.25) + 3x^2(\sqrt{3x+2})(0.25)$$

ب:

$$g'(x) = \frac{(-14x)(x-6)(0.25) - (1)(-7x^2+1)(0.25)}{(x-6)^2(0.25)}$$

پ:

$$h'(x) = 4(2x^5 - 1)^3(0.25)(10x^4)(0.25)$$

---

(۱۹)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2(0.5)$$



ب:

$$m_A > m_B(0.25)$$

---

(۲۰)

الف: خیر (0.25)

ب: بله در تمام نقاط بازه  $(-\infty, 2)$  مشتق پذیر است.

پ:

$$x \geq 2: f(x) = \sqrt{x-1} + 2(0.25) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}(0.25) \rightarrow f'_+(2) \\ = \frac{1}{2}(0.25)$$

---

(۲۱)

الف:

$$f(x) = x^3 - x(0.25) \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1(0.25)$$

ب:

$$g'(x) = 3 \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)^2 (0.25) \left( \frac{2(x+1) - (2x-1)}{(x+1)^2} \right) (0.25)$$

---

(۲۲)

الف: A(0.25)

ب: B(0.25)

---



(۲۳)

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow (1^+)} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} (0.25) = \lim_{x \rightarrow (1^+)} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} (0.5) = 2(0.25)$$

$$\Rightarrow y - 0 = 2(x - 1)(0.5)$$

---

(۲۴)

الف:

$$f'(x) = \frac{-2(x + 4) - (-2x + 3)(0.5)}{(x + 4)^2(0.25)}$$

ب:

$$g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x + 1}}(x^2 + 2x)(0.5) + (2x + 2)(\sqrt{3x + 1})(0.5)$$

---

(۲۵)

$$(f \cdot g)'(2) = f'(2) \cdot g(2) + f(2) \cdot g'(2)(0.5) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22(0.5)$$

---

(۲۶)

تابع  $f$  در نقطه  $x = 0$  پیوسته است.

$$f'_+(0) = 3(0.5)$$

$$f'_-(0) = a(0.5) \quad \rightarrow \quad a = 3(0.25)$$

---

(۲۷)

$$f'(x) = \frac{\frac{9(x + 1) - (9x - 2)}{(x + 1)^2} (0.5)}{2\sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}} (0.25)}$$



(۲۸) تابع در  $x = 1$  پیوسته است. (0.25)

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - (-1)} = -2(0.5)$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x + 6 - 4}{x - (-1)} = 2(0.5)$$

$$f'_+(-1) \neq f'_-(-1)(0.25)$$

$f'(-1)$  موجود نیست.

(۲۹)

الف:

$$f'(x) = 5(x^2 + 2x - 1)(2x + 2)(0.75)$$

ب:

$$g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3 + 1)(0.5) + (\sqrt{3x+2})(3x^2)(0.5)$$

(۳۰) هر مورد ۰.۲۵

$x$	a	b	c	d
$f'(x)$	-۰/۵	۰/۵	۲	۰

(۳۲) تابع در  $x = 0$  پیوسته است.

$$f'_+(0) \neq f'_-(0) f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow (0^+)} \frac{x - 0}{x - 0} = 1(0.25)$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow (0^-)} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0(0.25)$$



$f'_+(0) \neq f'_-(0)$  پس مشتق تابع در  $x = 0$  موجود نیست. (0.25)

---

(۳۳)

الف:

$$f'(x) = 5(0.25)(x^2 + 2x + 1)^4(0.25)(2x + 2)(0.25)$$

ب:

$$g'(x) = \frac{\left( (\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}} \right) (0.5)}{(\sqrt{3x+2})^2 (0.25)}$$

---

(۳۴)

$$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = \frac{3}{2} \Rightarrow B(3, 22.5)(0.5) \quad \frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = \frac{3}{2} \Rightarrow c(5, 25.5)(0.5)$$

---

(۳۵)

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow (1^+)} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1(0.25)$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow (1^-)} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0(0.25)$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$  پس مشتق تابع در  $x = 1$  موجود نیست. (0.25)

---

(۳۶)

الف:



$$f'(x) = \left( \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x-2)(0.5)}{(\sqrt{x})^2(0.25)} \right)$$

ب:

$$g'(x) = (6x)(2x-5)^3(0.25) + (3)(2)(2x-5)^2(3x^2-4)(0.25)$$

(۳۷) هر مورد ۰.۲۵

<i>E</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	نقطه
-۳	-۱	۰	۱	شیب

(۳۸)

الف:

$$f'(x) = 5 \left( \frac{x^2}{3x-1} \right)^4 (0.25) \left( \frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2} \right) (0.5)$$

ب:

$$g'(x) = \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right) (x^3+1)(0.5) + 3x^2(\sqrt{3x+2})(0.25)$$

(۳۹)

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow (0^+)} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0(0.5)$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow (0^-)} \frac{-x - 0}{x - 0} = -1(0.5)$$

$$f'_+(0) \neq f'_-(0)(0.25)$$



$f'(0)$  موجود نیست.

(۴۰)

$A(4,25)$  (0.25)

$$\frac{3}{2} = \frac{y_B - 25}{5 - 4} \quad (0.25) \quad B(5,26.5)(0.5)$$

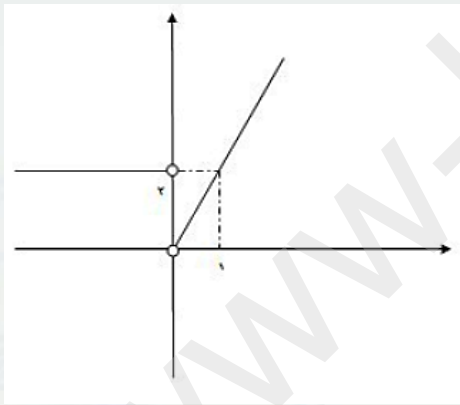
(۴۱)

الف: تابع در صفر پیوسته نیست. بنابراین  $f'(0)$  موجود نیست. (0.5)

ب:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases} \quad (0.5)$$

ب: (0.5)



(۴۲)

الف:

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x+1)}{(\sqrt{x})^2} \quad (0.75)$$

ب:



$$g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(x^2 + 5x)(0.25) + \left(\frac{1}{x}\right)(7(2x + 5)(x^2 + 5x)^6)(0.75)$$


---

(۴۳)

الف:

$$f'(1) = \frac{2 - 0}{0 - 1} = -2(0.5)$$

ب:

$$m_B < m_C(0.5)$$


---

(۴۴)

$$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2^+)} = \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = 4(0.25)$$

$$f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2^-)} = \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = -4(0.25)$$

$$f'_+(-2) \neq f'_-(-2)(0.25)$$


---

(۴۵)

الف:

$$f'(x) = 8 \left(\frac{-3x + 1}{x^2 + 5}\right)^7 (0.5) \times \left(\frac{-3(x^2 + 5) - 2 \times (-3x + 1)(0.25)}{(x^2 + 5)^2(0.25)}\right)$$

ب:

$$g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(\sqrt{3x + 2})(0.25) + \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{3}{2\sqrt{3x + 2}}\right)(0.5)$$


---

