

## سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

### درس ریاضی 3 تجربی - فصل 3 - حد (حد بی نهایت)

#### گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه 340 منطقه یک کنکور تجربی 1404

الف) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

(1) باقی مانده تقسیم چندجمله ای  $p(x) = 2x^3 - x^2 + 1$  بر  $x - 1$  برابر 2 است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1402)

ب) جاهای خالی را کامل کنید.

(1) حد راست تابع  $y = \tan x$  در  $x = \frac{\pi}{2}$  برابر ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1404)

(2) باقیمانده تقسیم چندجمله ای  $4x^3 - 5x + 2$  بر  $x + 1$  برابر ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1403)

(3) در تقسیم چندجمله ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر  $x + 2$ ، باقی مانده تقسیم برابر ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1403)

(4) حاصل حد تابع  $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  میل میکند برابر ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1401)

(5) باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^2 - 5x + 1$  بر  $x - 3$  برابر ..... است.

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1401)

(6) چندجمله ای  $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$  بر دو جمله ای ..... بخش پذیر است.

$((x + 1), (x - 1))$



(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1400)

ج) سوالات تشریحی

1) حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{x - 4}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1404)

2) حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - 1}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$$

3) حدود زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{4 - x}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1404)



(4) حد زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[-x] + 1}{|x - 2|}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1403)

---

(5) حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x} + 1}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1403)

---

(6) حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x - 5)^4}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1403)

---

(7) حد زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1402)

---



8) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2-x|}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1402)

9) آیا مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$  وجود دارد؟ چرا؟

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1402)

10) حدود زیر را حساب کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$

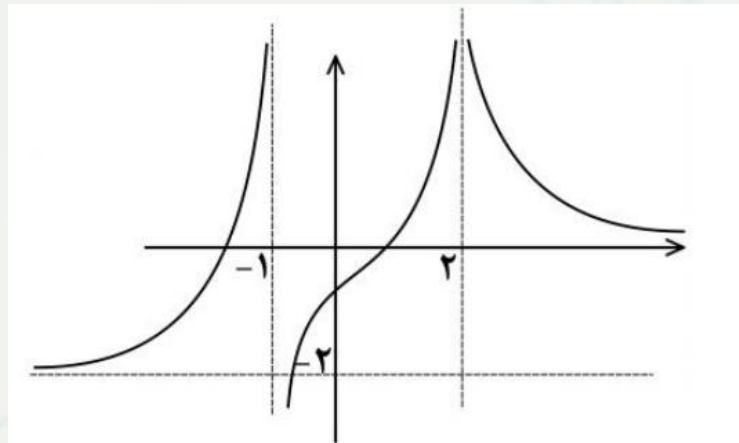
ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1402)

11) نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل است، حد های زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$



(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1401)



12) حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1401)

13) حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$$

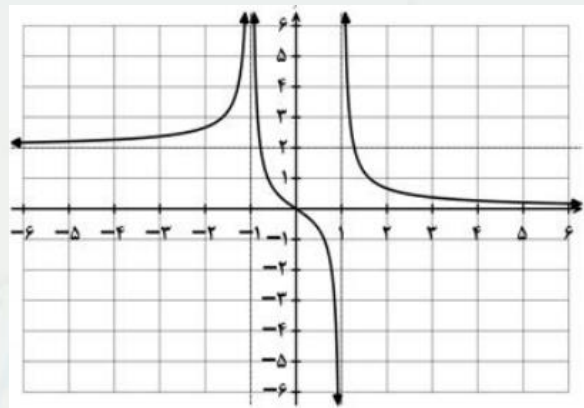
$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$$

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1401)

14) نمودار تابع به صورتشکل مقابل است. حدود خواسته شده را بیابید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x)$$



(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1401)



15) حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1400)

16) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1400)

17) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x + 1|}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1400)

18) حدود زیر را محاسبه کنید. (1.75)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (3)^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$



(امتحان نهایی ریاضی 3 دی 1399)

(19)

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 شهریور 1399)

(20) حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x + 6}}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$

(امتحان نهایی ریاضی 3 خرداد 1399)

## پاسخنامه

الف) درست نادرست.

(۱) صحیح

ب) جاخالی

$-\infty$  (1)    ۳ (2)    ۰ (3)     $\frac{2}{3}$  (4)    ۴ (5)     $x + 1$  (6)



ج) سوالات تشریحی

(1)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x+5}}{x-4} \times \frac{3 + \sqrt{x+5}}{3 + \sqrt{x+5}} \quad (0.25) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{9 - x - 5}{(x-4)(3 + \sqrt{x+5})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(x-4)}{(x-4)(3 + \sqrt{x+5})} \quad (0.25) = \frac{-1}{6} \quad (0.25)$$

ب)  $-\infty$  (0.5)

توجه: اگر به جای  $-\infty$  یکی از عبارات های  $\infty$  یا  $+\infty$  نوشته شود. (0.25) نمره تعلق گیرد.

---

(2)

الف)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \quad (0.25) = \frac{1}{3} \quad (0.25)$$

ب)  $-\infty$  (0.5)

توجه: به علامت منفی (0.25) به بی نهایت هم (0.25) تعلق می گیرد.

توجه: اگر دانش آموزی به جای  $-\infty$  فقط  $\frac{1}{0^-}$  را نوشته باشد، (0.25) نمره تعلق گیرد.

---



(3) الف: روش اول

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{x-8} \quad (\cdot.۲۵) = \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) = 12(\cdot.۲۵)$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(\sqrt[3]{x^2}-2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{\sqrt[3]{x}-2} \quad (\cdot.۵)$$
$$= \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) = 12(\cdot.۲۵)$$

روش سوم:

$$\sqrt[3]{x} = t \Rightarrow x = t^3 \quad (\cdot.۲۵) \text{ ت}$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^3-8}{t-2} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{(t-2)(t^2+2t+4)}{t-2} \quad (\cdot.۲۵) = 12(\cdot.۲۵)$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x]-4}{4-x} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{4-x} \quad (\cdot.۲۵) = -(\cdot.۲۵)\infty(\cdot.۲۵)$$

(4)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[-x]+1}{|x-2|} = \frac{2(-2)+1}{|2^- - 2|} = \frac{-3(\cdot.۲۵)}{0^+(\cdot.۲۵)} = -\infty(\cdot.۲۵)$$

(5) الف:

$$\frac{1}{0^-} = -\infty(\cdot.۲۵)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)}{\sqrt[3]{x} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} \quad (\cdot.۲۵) =$$



$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x} + 1)}{(x+1)} \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)} = 3 \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$

---

الف: (6)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2 \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$

ج:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} = \frac{1}{0^-} = -\infty \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$

---

(7)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)} = -\infty \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$

---

(8)

الف:

$$\frac{3}{(\cdot\cdot\cdot)0^+} = +\infty \text{ (}\cdot\cdot\cdot\text{)}$$



ب:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} \quad (0.25) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4(0.25)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(0.25)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4} (0.25)$$

9) خیر (0.25)، زیرا تابع،  $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$  در همسایگی راست  $x = 1$  تعریف نشده است. (0.25)

(10)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} \quad (0.25) = 3(0.25)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty (0.25)$$

(11) الف)  $-\infty$  (0.25)      ب)  $+\infty$  (0.25)

(12)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \quad (0.25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)} \quad (0.25) = \frac{1}{4} (0.25)$$



(13)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} (\cdot. \text{ر.}\delta) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} (\cdot. \text{ر.}\delta) = \frac{1}{6} (\cdot. \text{ر.}\delta)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} (\cdot. \text{ر.}\delta) = -\infty (\cdot. \text{ر.}\delta)$$

(14)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty (\cdot. \text{ر.}\delta)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty (\cdot. \text{ر.}\delta)$$

(15)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x - 1)}{(2x + 1)(2x - 1)} (\cdot. \delta) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x + 1)} (\cdot. \text{ر.}\delta) = \frac{1}{4} (\cdot. \text{ر.}\delta)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} (\cdot. \delta) = +\infty (\cdot. \text{ر.}\delta)$$



(16)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{(\lambda - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} \text{ (.٢٥)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} \text{ (.٢٥)}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ (.٢٥)}$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} \text{ (.٢٥)} = -\infty \text{ (.٢٥)}$$

(17)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x - 1})(2 + \sqrt{x - 1})}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} \text{ (.٢٥)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x - 5)}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} = \frac{-1}{4} \text{ (.٥)}$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{|3x - 1|} \text{ (.٢٥)} = \frac{-1}{0^+} \text{ (.٢٥)} = -\infty \text{ (.٢٥)}$$

(18)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x - 1})(2 + \sqrt{x - 1})}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} \text{ (.٥)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x - 5)}{(x - 5)(2 + \sqrt{x - 1})} = \frac{-1}{4} \text{ (.٥)}$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} \text{ (.٢٥)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \text{ (.٥)}$$



---

(19)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(2-\sqrt{x+1})(2+\sqrt{x+1})} (\cdot. \Delta) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-(x-3)}$$
$$= -24 (\cdot. \Delta)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty (\cdot. \Delta)$$

---

(20)

الف:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{x^2-x-6} (\cdot. 7 \Delta) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{(x+2)(x-3)} = \frac{24}{5} (\cdot. \Delta)$$

ب:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty (\cdot. \Delta)$$

