

سوالات امتحانات نهایی مبحث محور

درس ریاضی ۳ تجربی - فصل ۱ - تابع

گردآورنده: حسین سلیمانی رتبه ۳۴۰ منطقه یک کنکور تجربی ۱۴۰۴

۱) درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

ب) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

پ) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

ت) دامنه توابع چندجمله‌ای برابر \mathbb{R} است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

ث) دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

ج) تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

چ) تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

ح) اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ ، آنگاه $(f \circ g)(4) = 5$.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

خ) دو تابع $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۰)

د) تابع $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه دوم است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

ذ) تابع $f(x) = x^3$ ، تابعی اکیداً صعودی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

ز) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0,1)$ پایین تر از ، نمودار تابع $y = x^3$ است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

ژ) هر تابع یکنوا ، یک به یک است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

س) بیشمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

ش) تابع $y = \sqrt{3}x^3 - \pi x + 1$ یک تابع چندجمله ای است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

ص) تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه اش یکنواست.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

ض) نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ ، از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می آید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

ط) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x-1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

ظ) تابع $y = f(x)$ با دامنه \mathbb{R} مفروض است. برد تابع های $y = f(3x)$ و $y = f(5x)$ یکسان است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)



ع) دامنه تابع های $y = -2f(x) + 4$ و $y = \frac{1}{5}f(x)$ با یکدیگر بر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

غ) اگر تابعی یک به یک باشد آنگاه اکیداً یکنوا است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

ف) نمودار تابع $y = 3f(x)$ با انبساط عمودی $y = f(x)$ در امتداد محور y ها بدست می آید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

ق) تابع $y = 7$ در دامنه اش هم صعودی و هم نزولی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

2) در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

الف) توابع اکیداً یکنوا، همواره..... هستند.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

ب) در بازه $(0,1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

پ) بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

ت) باقیمانده تقسیم عبارت $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

ث) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x - 1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

ج) نقطه $(-2,4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

چ) اگر $f(x) = \frac{|x|}{1+|x|}$ مقدار $f \circ f(1)$ برابر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

ح) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

خ) تابع هم صعودی و هم نزولی است.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

سوالات تشریحی

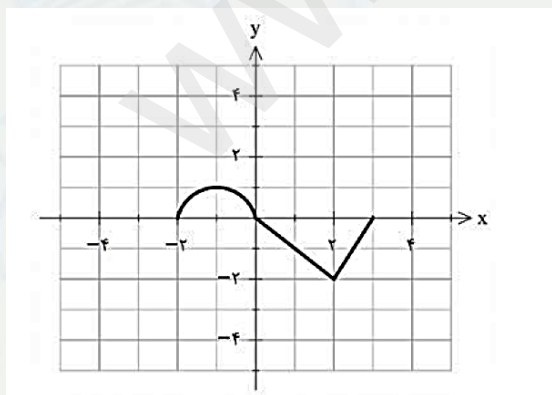
۱) اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)

۲) نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.

الف) نمودار تابع $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع $y = 3f\left(\frac{1}{2}x\right)$ را تعیین کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۳۹۹)



۳) اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد،

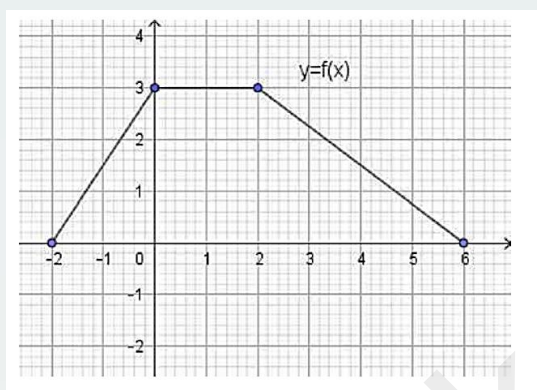
الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

۴) نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.

نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۳۹۹)

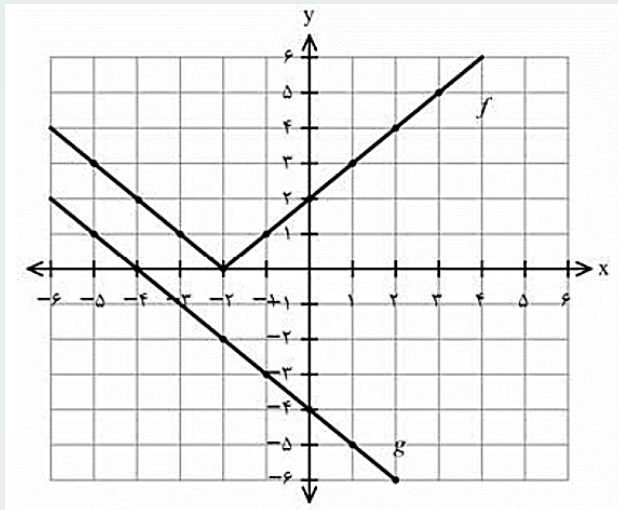
۵) با توجه به نمودارهای تابع f, g به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) مقدار $f \circ g(-1)$ را محاسبه کنید.

ب) اگر $g(3t - 1) = 0$ آنگاه مقدار t را به دست آورید.

پ) با محدود کردن دامنه f ، بازه ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.



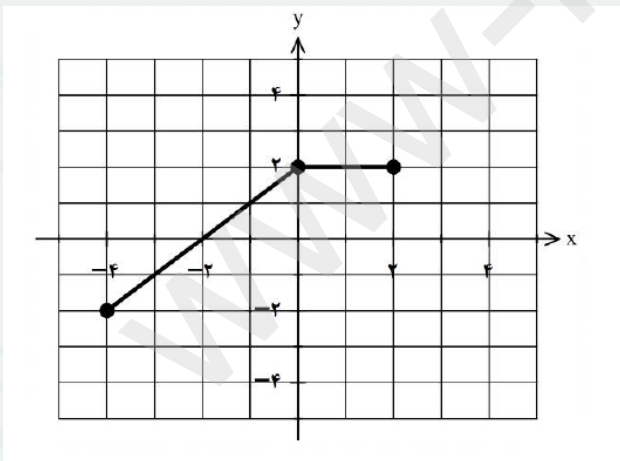


(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۶ ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$ را بدست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۳۹۹)

۷ با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۸ اگر $f(x) = \sqrt{x - 1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد،



الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(f \circ g)(2)$ را تعیین کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۰)

۹) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه میکنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۱۰) با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را بدست آورید.

ب) $(g \circ f)(1)$

الف) $(f \circ (f + g))(0)$

x	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۰)

۱۱) اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟

خروجی $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow x$ ورودی

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۱۲) برد تابع f بازه $[-3, 1]$ است. برد تابع $y = -2f(3x - 1) + 3$ را کدام است.



ت) $[10,2)$

پ) $[1,9)$

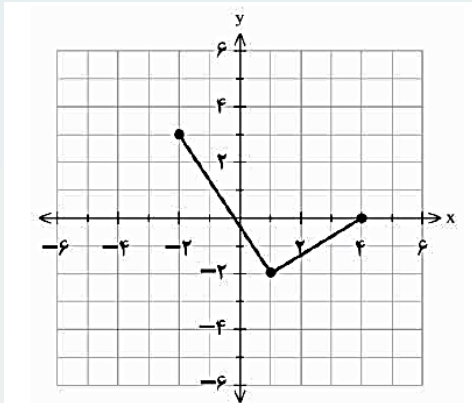
ب) $[-12,0]$

الف) $[-8,0]$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۱)

۱۳) نمودار تابع f به صورت روبه رو است:

الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کنید.



ب) دامنه تابع g را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۱۴) اگر $f = \{(0,-1), (5,9), (3,7), (-2,4)\}$ و $g = \{(1,2), (3,-1), (9,0), (-1,4), (7,7)\}$ باشند، $g \circ f$ را در صورت وجود بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۱)

۱۵) اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد:

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)



۱۶) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد. دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۱)

۱۷) اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه:

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۲)

۱۸) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۱۹) اگر $f(g(x)) = 4x^2 + 1$ و $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ ، آنگاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید.

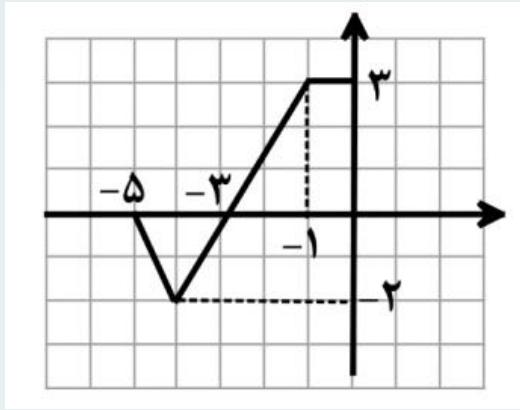
(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۲۰) اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را بدست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۲)

۲۱) نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.





(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

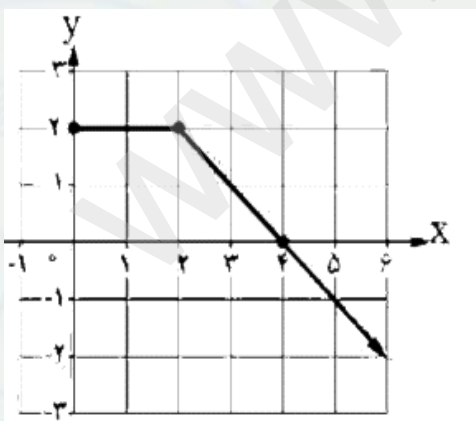
۲۲) ضابطه و دامنه تابع وارون تابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = -x^2 - 2 : x \geq 0$$

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۲)

۲۳) به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را رسم کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)



(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۲۴) در شکل روبه‌رو تابع f را در نظر بگیرید.

الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید.

ب) مقدار $(g \circ f)(0)$ را بدست آورید.



۲۵) تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۳)

۲۶) نمودار تابع $y = -x^3 + 2$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۲۷) اگر $f(x) = \frac{2}{x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشد انگاه $D_{f \circ g}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

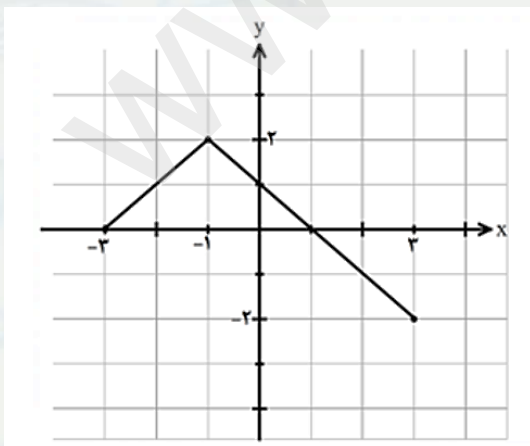
(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۲۸) فرض کنید $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x^3 - 1$ باشد، در این صورت $(g \circ f)^{-1}(7)$ را بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۳)

۲۹) نمودار تابع f به صورت زیر است:

نمودار تابع $y = -f(3x) + 1$ را رسم کنید.



(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)



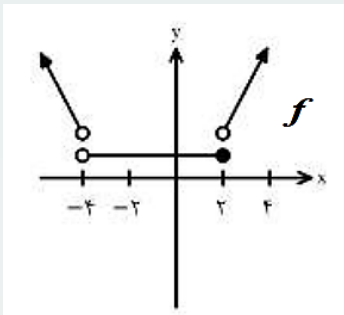
۳۰ تابع های $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.

ب) مقدار $(g \circ f^{-1})(2)$ را محاسبه کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ دی ۱۴۰۳)

۳۱) با توجه به نمودار تابع f ، در جدول زیر برای هر یک از قسمت های ستون «A» قسمت صحیح از ستون «B» را انتخاب کنید. (یکی از قسمت های ستون «B» اضافه است).



B	A
(۱) $(-\infty, -4)$	الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.
(۲) $(2, +\infty)$	ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.
(۳) $(-1, +\infty)$	پ) تابع در این بازه ثابت است.
(۴) $(-4, 2]$	

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۳۲) اگر $f(x) = 3\sqrt{x} + 2$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 4$ ، آنگاه ضابطه $g(x)$ را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)

۳۳) اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ باشد، آنگاه :

الف) دامنه تابع $f^{-1} \circ f$ را بدست آورید.

ب) مقدار $f^{-1}(5)$ را محاسبه کنید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ خرداد ۱۴۰۴)



۳۴) نقطه $A(-3,2)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه متناظر آن را روی نمودار $y = f(3x) + 1$ را بیابید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۴)

۳۵) اگر $f = \{(-2,0), (0,-1)\}$ و $g(x) = \sqrt{x+5}$ ، تابع gof را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۴)

۳۶) تابع $f(x) = x^2 - 6x$ ، با دامنه $(-\infty, 3]$ را در نظر بگیرید و ضابطه تابع وارون f را به دست آورید.

(امتحان نهایی ریاضی ۳ شهریور ۱۴۰۴)



پاسخنامه

(۱)

الف(غ	ب(ص	پ(ص	ت(ص
ث(ص	ج(غ	چ(ص	ح(ص
خ(غ	د(ص	ذ(ص	ز(غ
ژ(ص	س(ص	ش(ص	ص(غ
ض(غ	ط(غ	ظ(ص	ع(ص
غ(غ	ف(ص	ق(ص	هر مورد(۰.۲۵)

(۲)

الف) یکنوا	ب) پایین	پ) $(-1,1)$ یا $[-1,1]$
ت) ۴	ث) ۵	ج) $(-1,4)$
چ) $\frac{1}{2}$	ح) ۲	خ) ثابت

هر مورد(۰.۲۵)



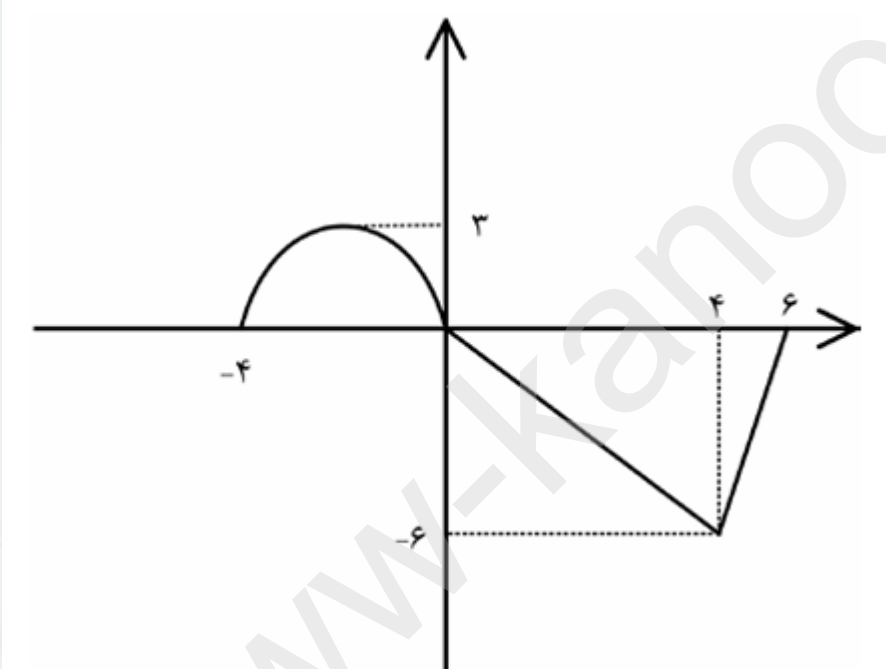
پاسخ سوالات تشریحی

(۱)

$$f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \quad (\cdot.۵)$$

$$g(x) = x^2 - 2x \rightarrow 6 \quad (\cdot.۵)$$

(۲)



الف) رسم شکل (۰.۵)

ب) $D = [4, 6]$ (۰.۵)

(۳ الف)

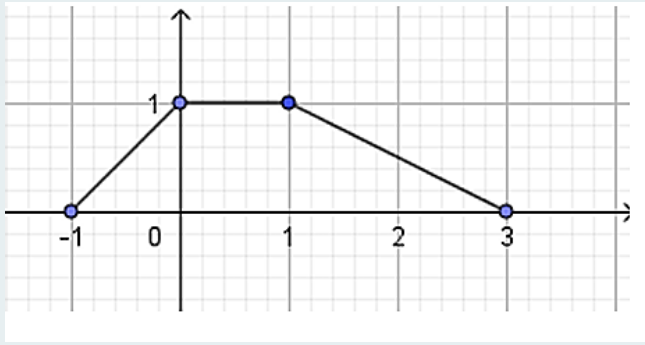
$$D_f = [1, +\infty), D_g = \mathbb{R} \quad (\cdot.۵) \Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (\cdot.۲۵)$$

$$= \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\} \quad (\cdot.۲۵) \Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (\cdot.۵)$$

ب)

$$f(g(x)) = \sqrt{2x^2 - 2} \quad (\cdot.۵)$$





(٤) (٠.٥)

(٥) الف

$$f(-3) = 1 \quad (٠.٥)$$

ب

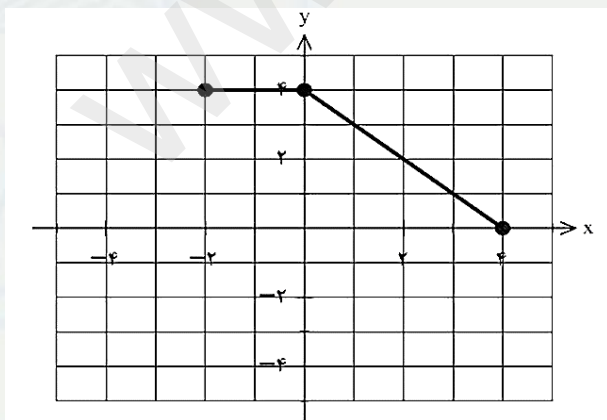
$$3t - 1 = -4 \Rightarrow t = -1 \quad (٠.٥)$$

ب) بازه $[-2, +\infty)$ (٠.٥)

(٦)

$$-5 - \sqrt{3x + 1} = y \Rightarrow 3x + 1 = (y + 5)^2 \quad (٠.٥)$$

$$\Rightarrow x = \frac{(y+5)^2 - 1}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3} \quad (٠.٥) \quad Dg^{-1} = (-\infty, -5]$$



(٧) رسم شکل (٠.٧٥)



@bartarhakanoon

(٨ الف) (٠.٢٥)

$$D_f = [1, +\infty) , D_g = \mathbb{R} \quad (٠.٢٥)$$

$$D_{f \circ g} = \overbrace{\{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}}^{(٠.٥)} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in D_f\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (٠.٢٥)$$

(ب)

$$(g \circ f)(2) = 1 \quad (٠.٥)$$

(٩)

مرحلة ١	مرحلة ٢	مرحلة ٣
$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$ (٠.٢٥)	$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$ (٠.٢٥)	$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$ (٠.٢٥)

(١٠)

(الف)

$$g(f(1)) = g(2) = -2 \quad (٠.٥)$$

(ب)

$$\underbrace{(f + g)(0) = -1 + 3 = 2}_{(٠.٥)} \Rightarrow f(\underbrace{(f + g)(0)}_{(٠.٥)}) = f(2) = -5$$

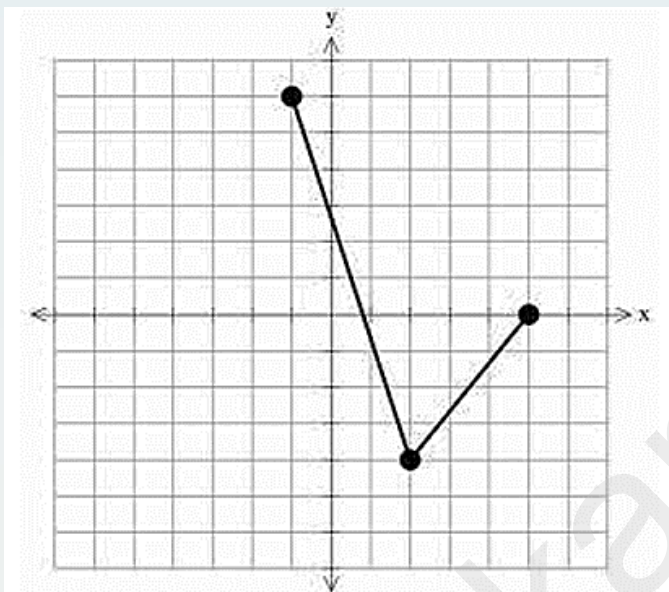


@bartarhakanoon

(۱)

$$x = 3 \rightarrow 2(3) - 2 = 4 \quad (۰.۲۵) \rightarrow \frac{4}{\sqrt{(4)+1}} = \frac{4}{3} (۰.۵)$$

(۱۲) گزینه (پ) (۰.۵)



(۱۳)

الف) رسم دقیق نمودار (۱.۵)

ب) $[-1, 5]$ (۰.۵)

(۱۴)

$$g \circ f = \{(0, 4), (3, 7), (5, 0)\} \quad (۰.۷۵)$$

(۱۵)

$$D_{f \circ g} = \overbrace{\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}^{(۰.۲۵)} = \overbrace{\{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \in \mathbb{R}\}}^{(۰.۲۵)} = [-3, +\infty) \quad (۰.۲۵)$$

الف)

ب)

$$(g \circ f)(1) = g(3) = \sqrt{6} \quad (۰.۲۵)$$



@bartarhakanon

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow \overbrace{-1 < \frac{x}{2} \leq 3}^{(0.25)} \rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 6] \quad (0.25) \quad (16)$$

برد تغییر نمی‌کند. (0.25)

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 \geq -1\} = [0, +\infty) \quad (0.25) \quad (17 \text{ الف})$$

$$f(g(x)) = \overbrace{\sqrt{x-1} + 1}^{(0.25)} = \sqrt{x} \quad (0.25) \quad (ب)$$

$$y = \overbrace{2}^{(0.25)} \overbrace{\sqrt{x-3}}^{(0.25)} \quad (18)$$

$$\overbrace{f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1}^{(0.25)} \rightarrow \overbrace{\frac{g(x)}{2} - 1 = 4x^2 + 1}^{(0.25)} \quad (19)$$

$$g(x) = 8x^2 + 4 \quad (0.25)$$

$$\overbrace{f(x) = (x+2)^2 - 1}^{(0.25)} \rightarrow \overbrace{y+1 = (x+2)^2}^{(0.25)} \xrightarrow{x \geq -2} \overbrace{\sqrt{y+1} = x+2}^{(0.25)} \quad (20)$$

$$\rightarrow \overbrace{f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2}^{(0.25)} \rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty) \quad (0.25)$$



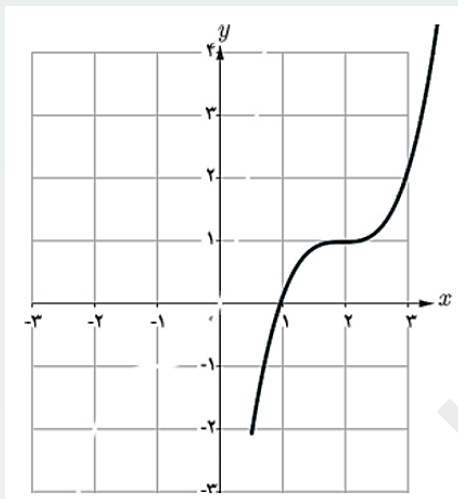
(٢١)

$$D_g = [0,5] \text{ (٠.٢٥)}, R_g = [-4,6] \text{ (٠.٢٥)}$$

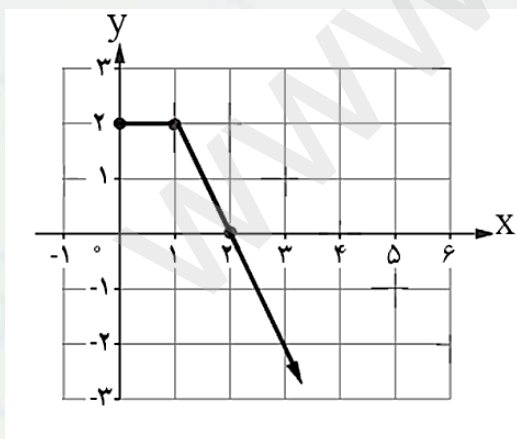
(٢٢)

$$y = -x^2 - 2 \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{-y-2} \text{ (٠.٧٥)} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{-x-2} \text{ (٠.٢٥)}$$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, -2] \text{ (٠.٥)}$$



(٠.٥) (٢٣)



(٢٤)

(٠.٥) الف

$$g(f(0)) = g(2) = 0 \text{ (٠.٢٥) ب}$$

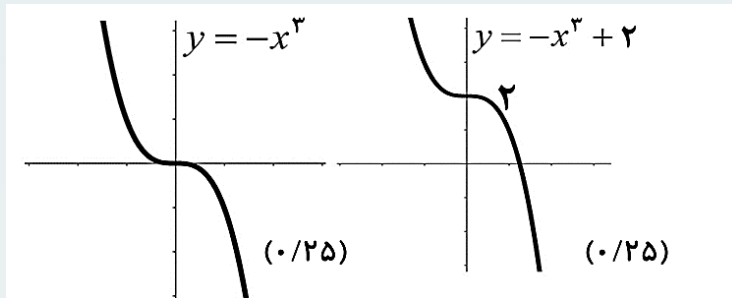


@bartarhakanon

(۲۵)

$$y = \sqrt{x+4} - 1 \Rightarrow y+1 = \sqrt{x+4} \Rightarrow (y+1)^2 = x+4 \Rightarrow (y+1)^2 - 4 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4 \quad (۰.۷۵)$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty) \quad (۰.۵)$$



(۲۶)

تابع اکیداً نزولی است. (۰.۲۵)

توجه: در صورتی که دانش آموز از کلمه «نزولی» استفاده کند نمره تعلق گیرد.

توجه: با رسم شکل نهایی نمره کامل لحاظ شود.

(۲۷)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\} \quad (۰.۲۵)$$

$$\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \quad (۰.۲۵)$$

$$D_{f \circ g} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \text{ یا } [-1, +\infty) - \{0\} \quad (۰.۲۵)$$

(۲۸)

روش اول:

$$(g \circ f)^{-1}(7) = \overbrace{(f^{-1} + g^{-1})(7)}^{(۰.۲۵)} = \overbrace{f^{-1}(2)}^{(۰.۲۵)} = 3 \quad (۰.۲۵)$$

روش دوم:

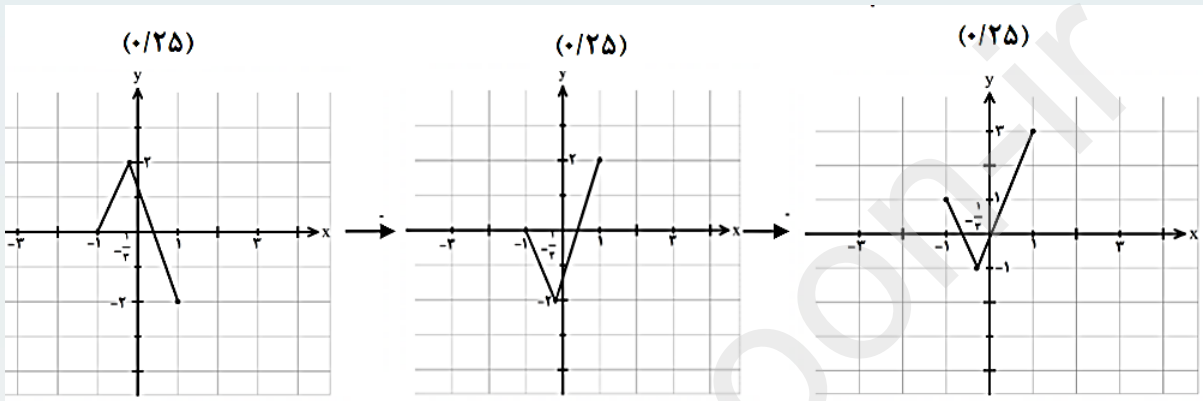
$$(g \circ f)(x) = 7 \Rightarrow \overbrace{\left((1 + \sqrt{x-2})^3 - 1 \right)}^{(۰.۲۵)} = \overbrace{7}^{(۰.۲۵)} \Rightarrow x = 3$$



روش سوم:

$$(g \circ f)(x) = (1 + \sqrt{x-2})^3 - 1 \quad (\cdot.۲۵) \Rightarrow (g \circ f)^{-1}(x) = (\sqrt[3]{x+1} - 1)^2 + 2 \quad (\cdot.۲۵) \Rightarrow (g \circ f)^{-1}(7) = 3 \quad (\cdot.۲۵)$$

(۲۹) (در صورتی که شکل نهایی درست رسم شود، نمره کامل تعلق گیرد.)



(۳۰ الف)

$$D_g = (2, +\infty) \quad (\cdot.۲۵) \quad D_f = \mathbb{R} - \{2\} \quad (\cdot.۲۵)$$

$$D_{f \circ g} = \overbrace{\{x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \neq 2\}}^{(\cdot.۲۵)} = \{x \in [2, +\infty) \mid x \neq 4\} = \overbrace{[2, +\infty) - \{4\}}^{(\cdot.۲۵)}$$

(ب)

$$(g \circ f)^{-1}(2) = g(5) \quad (\cdot.۲۵) = \sqrt{3} \quad (\cdot.۲۵)$$

(۳۱)

الف) 2 یا $(2, +\infty)$ ب) 1 یا $(-\infty, -4)$ پ) 4 یا $[-4, 2]$

هر مورد (۰.۲۵)



@bartarhakanoon

$$f(g(x)) = \overbrace{3\sqrt{g(x)} + 2}^{(0.25)}$$

$$\overbrace{3x^2 - 4}^{(0.25)} = \overbrace{3\sqrt{g(x)} + 2}^{(0.25)} \Rightarrow \overbrace{\sqrt{g(x)}}^{(0.25)} = x^2 - 2 \Rightarrow \overbrace{g(x)}^{(0.25)} = (x^2 - 2)^2, |x| \geq \sqrt{2}$$

توجه: به روش های درست دیگر به تناسب نمره داده شود.

۳۳ الف)

روش اول:

$$D_{f^{-1} \circ f} = D_f^{(0.25)} = [2, +\infty)^{(0.25)}$$

روش دوم:

$$D_{f^{-1} \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{f^{-1}}\} \Rightarrow \overbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in R_f\}}^{(0.25)} = D_f = [2, +\infty)^{(0.25)}$$

توجه: در صورتی که دانش آموز فقط به بازه $[2, +\infty)$ اشاره کند، نمره کامل و به نوشتن بازه به صورت $(2, +\infty)$ ، نمره تعلق گیرد.

ب) روش اول:

$$\overbrace{f^{-1}(x) = x^2 + 2}^{(0.25)} \Rightarrow f^{-1}(5) = 27^{(0.25)}$$

روش دوم:

$$f^{-1}(5) = x \Rightarrow f(x) = 5 \Rightarrow \sqrt{x - 2} = 5^{(0.25)} \Rightarrow x = 27^{(0.25)}$$

۳۳ (-1,3)

توجه: برای ابتدا و انتهای بازه هر مورد (۰.۲۵) تعلق گیرد.



$$(-1, 3) \text{ (۳۴)}$$

توجه: برای ابتدا و انتهای بازه هر مورد (۰.۲۵) تعلق گیرد.

(۳۵)

$$(gof)(-2) = g(f(-2)) = g(4) = 3 \text{ (۰.۲۵)}$$

$$(gof)(0) = g(f(0)) = g(-1) = 2 \text{ (۰.۲۵)}$$

$$gof = \{(-2, 3)_{(۰.۲۵)}, (0, 2)_{(۰.۲۵)}\}$$

اگر دانش‌آموزی دو مرحله اول را ننوشت ولی gof را درست نوشته باشد، نمره کامل تعلق گیرد.

(۳۶)

$$y = (x - 3)^2 - 9 \Rightarrow \sqrt{y - 9} = -(x - 3) \text{ (۰.۵)}$$

توجه: اگر دانش‌آموز مرحله دوم را ننوشت ولی دو مرحله آخر را کامل نوشت نمره کامل تعلق گیرد.

$$x = 3 - \sqrt{y + 9} \text{ (۰.۲۵)} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x + 9} \text{ (۰.۲۵)}$$



@bartarhakanoon